

Εθνομαθηματικές προσεγγίσεις με τη βοήθεια αρχαίων ημερολογίων

Ethnomathematical approaches based on ancient calendars

Γεράσιμος-Χρήστος Ασωνίτης, Μεταπτυχιακός Φοιτητής του Πανεπιστημίου Λευκωσίας,
gerasimos.chr@outlook.com

Gerasimos-Christos Asonitis, Postgraduate Student in University of Nicosia, gerasimos.chr@outlook.com

Abstract: The society, in recent decades, is characterized by growing immigration population, making it multicultural. New strategies are required for the smooth integration of the new citizens within their daily activities, including their education. Specifically, for the course of Mathematics, a new term examining the way the cultural background of a person is related with the way the person comprehends and uses Mathematics in daily basis, has been created by Ubiratan D'Ambrosio in 1987 and is called Ethnomathematics. There has been researching over the years on how ethnomathematical approaches could be inserted in class, for helping students increase their performance and reach higher grades in Mathematics. Our paper is intending to introduce ancient calendars as an ethnomathematical approach, by analyzing four ancient calendars: the *Attic calendar*, the *calendar of Romulus*, the *calendar of Numa* and the *old Icelandic calendar misseri*, introducing, moreover, a didactic proposal which may increase students' interest for Mathematics and help them understand how each civilization used Mathematics for managing the time.

Keywords: Ethnomathematics, ethnomathematical approaches, ancient calendars

Περίληψη: Η κοινωνία, τις τελευταίες δεκαετίες, χαρακτηρίζεται από την αυξανόμενη μετανάστευση πληθυσμών, γεγονός που την καθιστά πολυπολιτισμική. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αναζητούνται νέες στρατηγικές ενσωμάτωσης των νέων πολιτών σε διάφορες πτυχές της καθημερινότητάς τους. Όσον αφορά την εκπαίδευση και ειδικότερα το μάθημα των Μαθηματικών, έχει δημιουργηθεί ένας νέος κλάδος, ο οποίος συσχετίζει την κουλτούρα των διάφορων πολιτισμών με τα Μαθηματικά και με τον τρόπο που αυτοί τα αντιλαμβάνονται και τα χρησιμοποιούν στις καθημερινές δραστηριότητές τους. Ο κλάδος αυτός ονομάζεται Εθνομαθηματικά και επινοήθηκε σχετικά πρόσφατα, το 1987, από τον Ubiratan D'Ambrosio. Μάλιστα έχουν γίνει αρκετές έρευνες που εξετάζουν κατά πόσο

διάφορες εθνομαθηματικές προσεγγίσεις μπορούν να συνεισφέρουν στην εκμάθηση του μαθήματος των Μαθηματικών και να βοηθήσουν τους μαθητές να επιτύχουν αρτιότερες επιδόσεις στο μάθημα αυτό. Έτσι, στην παρούσα εργασία επιδιώκεται η ένταξη των αρχαίων ημερολογίων στην εκπαιδευτική διαδικασία ως μία εθνομαθηματική προσέγγιση, παρουσιάζοντας επιπλέον μία διδακτική πρόταση που δύναται να συντελέσει θετικά στο μάθημα των Μαθηματικών.

Λέξεις κλειδιά: Εθνομαθηματικά, εθνομαθηματικές προσεγγίσεις, αρχαία ημερολόγια

Εισαγωγή

Αποτελεί κοινή παραδοχή ότι η συνεχώς αυξανόμενη μετανάστευση πληθυσμών, που έχει πραγματοποιηθεί τα τελευταία χρόνια, έχει επηρεάσει και διαφοροποιήσει την κοινωνία σε πολλά επίπεδα (Ασωνίτης, 2015). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, οι χώρες υποδοχής να μετατρέπονται σε πολυπολιτισμικές και νέες κουλτούρες να εισέρχονται και να εγκαθίστανται σε αυτές. Ως εκ τούτου, οι ιθύνοντες της εκπαίδευσης, που διαδραματίζουν καταλυτικό ρόλο στη διαμόρφωση των νέων πολιτών ενός κράτους, καλούνται να μεριμνήσουν για την ομαλή ένταξη των μαθητών διαφορετικής εθνοπολιτισμικής προέλευσης (Μπαλτατζής & Νταβέλος, 2009). Φυσικά για να καταστεί εφικτή αυτή η κινητοποίηση, οι φορείς της εκπαίδευσης οφείλουν να κατανοήσουν και να αποδεχτούν τα πιστεύω, τα ήθη, τα έθιμα και γενικότερα την κουλτούρα που «φέρουν» μαζί τους τα νέα μέλη της κοινωνίας (Γεραρής, 2011).

Αυτό θα έχει ως επακόλουθο, τα μαθήματα που διδάσκονται στο σχολείο να προσεγγίζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνονται πλήρως αντιληπτά από τους αλλοδαπούς μαθητές. Όσον αφορά το μάθημα των Μαθηματικών, συνήθως είναι η αντίληψη ότι αυτό δεν επηρεάζεται από το πολιτισμικό υπόβαθρο των μαθητών. Όπως αναφέρει ο Ξενοφώντος (2014), οι υποστηρικτές της προαναφερθείσας άποψης χαρακτηρίζουν τα Μαθηματικά ως *απολιτισμικά* ή *πανπολιτισμικά*. Παρόλα αυτά, υπάρχουν ερευνητές που υποστηρίζουν την αντίθετη άποψη και επιδιώκουν να μελετήσουν τη συσχέτιση που υπάρχει μεταξύ πολιτισμού και κατανόησης του μαθήματος των Μαθηματικών (Θεοδώρου & Λεμονίδης 2005; Μηλιώνης & Σταθοπούλου, 2005). Αυτή λοιπόν η προσπάθεια της συσχέτισης πολιτισμού και Μαθηματικών ανέδειξε μία καινούρια έννοια που φέρει το όνομα *Εθνομαθηματικά*, η οποία ορίστηκε αρχικά από τον D'Ambrosio (1987) ως οι διαδικασίες που χρησιμοποιούνται από τις διάφορες πολιτισμικές ομάδες, στην προσπάθειά τους να αντιληφθούν και να χρησιμοποιούν τα Μαθηματικά.

Βεβαίως, αρκετοί είναι οι ερευνητές που κατά καιρούς έχουν ασχοληθεί με τη χρησιμότητα αλλά και την ένταξη εθνομαθηματικών προσεγγίσεων κατά την εκπαιδευτική διαδικασία. Θεωρούν μάλιστα ότι τέτοιου είδους προσεγγίσεις είναι ικανές να αυξήσουν την επίδοση των μαθητών στο μάθημα των Μαθηματικών (Achor, Imoko & Uloko, 2009), καθώς επίσης και να δημιουργήσουν σε αυτούς, σταδιακά, θετικές στάσεις για το εν λόγω μάθημα (Ismael &

Mosimege, 2004). Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθούν κάποια παραδείγματα τέτοιων προσεγγίσεων, όπως είναι η διδασκαλία των Μαθηματικών με τη βοήθεια της παραδοσιακής τέχνης για την ορθότερη κατανόηση εννοιών στο μάθημα της Γεωμετρίας (Θεοδώρου & Λεμονίδης 2005), η χρήση καθημερινών προβλημάτων που συνδέονται άμεσα με το πολιτισμικό υπόβαθρο των μαθητών (Borba, 1990), καθώς και η ένταξη «εγχώριων» παιχνιδιών κατά την εκπαιδευτική διαδικασία (Ismael & Mosimege, 2004). Γενικότερα, θα μπορούσε να συντελεστεί η συμπερίληψη της πολιτισμικής κληρονομιάς, της θρησκείας, της μουσικής αλλά και των εορτών των διαφόρων πολιτισμών στο μάθημα αυτό (Shirley, 2001).

Στην παρούσα εργασία προτείνεται η αξιοποίηση του ημερολογίου ως εργαλείο για την καλύτερη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ο D' Ambrosio (2001) υποστηρίζει ότι «Η κατασκευή των ημερολογίων, δηλαδή η μέτρηση και η καταγραφή του χρόνου, είναι ένα εξαιρετικό παράδειγμα εθνομαθηματικών» (σ.12). Άλλωστε η ανάγκη κατασκευής των ημερολογίων αρχικά δημιουργήθηκε από την προσπάθεια των ανθρώπων να κατανοήσουν την ύπαρξη αλλά και τη μέτρηση του χρόνου και ως εκ τούτου κάθε πολιτισμός, ανάλογα με τις συνθήκες διαβίωσής του, άφησε το στίγμα της κουλτούρας του σε καθένα από τα ημερολόγια που δημιούργησε (Ασωνίτης, 2015). Τα ημερολόγια που κατασκευάστηκαν στο πέρασμα των αιώνων είναι αρκετά σε πλήθος και όλα τους θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως αξιόλογα παραδείγματα Εθνομαθηματικών. Ωστόσο, σε αυτή τη μελέτη αναλύονται ειδικότερα το *Αττικό ημερολόγιο*, τα *ημερολόγια των Ρωμύλου και Νουμά* και το *παλιό Ισλανδικό ημερολόγιο misseri*.

1. Το Αττικό ημερολόγιο

Είναι γνωστό ότι η Αρχαία Ελλάδα ήταν χωρισμένη σε πόλεις-κράτη, οι οποίες ενεργούσαν ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Ως εκ τούτου, δεν δύναται να γίνει αναφορά σε ένα ενιαίο ημερολόγιο των Αρχαίων Ελλήνων, αλλά σε αρχαιοελληνικά ημερολόγια που χρησιμοποιούνταν από κάθε πόλη-κράτος ξεχωριστά (Planeaux, 2015). Βεβαίως αξίζει να τονιστεί ότι παρόλο που καθένα από αυτά ήταν ξεχωριστό από τα υπόλοιπα, η βασική τους δομή παρέμενε η ίδια (Λιβαθινός, χ.η.).

Για τους Αρχαίους Έλληνες ήταν γνωστό ότι το έτος ήταν μονάδα μέτρησης του χρόνου, καθώς επίσης και ότι ήταν ίσο με τη χρονική διάρκεια που χρειαζόταν να εκτελέσει η Γη μία πλήρη περιφορά γύρω από τον Ήλιο. Έτσι λοιπόν, διαιρούσαν το έτος σε 12 *συνοδικούς* ή αλλιώς *σεληνιακούς* μήνες, η πρώτη ημέρα των οποίων φρόντιζαν να συμπίπτει με τη Νέα Σελήνη (Λιβαθινός, χ.η.). Με τον όρο *συνοδικός μήνας* εννοείται το χρονικό διάστημα που χρειάζεται η Σελήνη για να μεταβεί από τη μία φάση της στην επόμενη, έως ότου διαγράψει έναν πλήρη κύκλο και μεταβεί ξανά στην αρχική της φάση (Schaefer, 1992), υπολογίζεται μάλιστα σε περίπου 29,5 ημέρες. Να σημειωθεί εδώ ότι τα ημερολόγια αυτά ήταν σεληνιακά μέχρι τη Ρωμαϊκή Εποχή (Fotheringham, 1929).

Λόγω του γεγονότος ότι ένας συνοδικός μήνας δεν περιελάμβανε ακέραιο πλήθος ημερών, ορίστηκε κάποιος από τους μήνες αυτούς να περιέχουν 30 ημέρες, οι οποίοι θεωρούνταν ως

τέλειοι μήνες και οι υπόλοιποι να περιέχουν 29 ημέρες, όπου θεωρούνταν ως *κοίλοι μήνες*. Όμως, επειδή οι Αρχαίοι Έλληνες γνώριζαν ότι ένα έτος αποτελούνταν από $365 \frac{1}{4}$ ημέρες, ενώ ο τρόπος με τον οποίο είχαν χωρίσει τους 12 συνοδικούς μήνες ισοδυναμούσε σε 354 ημέρες, προσχώρησαν στη δημιουργία ενός εμβόλιμου μήνα των 30 ημερών, ο οποίος παρεμβалλόταν ανάμεσα από τους συμβατικούς μήνες, τρεις φορές, στη διάρκεια των οκτώ σεληνιακών ετών. Την πρώτη φορά στη διάρκεια του τρίτου έτους, τη δεύτερη στη διάρκεια του πέμπτου έτους και την τρίτη στη διάρκεια του όγδοου έτους (Λιβαθινός, χ.η.). Έτσι, τα έτη με τον παρέμβλητο μήνα είχαν συνολικά 384 ημέρες (Planeaux, 2015). Παρόλο που στην Αρχαία Ελλάδα χρησιμοποιούνταν αρκετά ημερολόγια, στις παρακάτω παραγράφους θα αναλυθεί ειδικότερα το *Αττικό ημερολόγιο*, το οποίο χρησιμοποιούνταν κατά κύριο λόγο στην Αθήνα, αλλά και σε άλλες πόλεις-κράτη.

Η ονομασία Αττικό ημερολόγιο (γνωστό και ως Αθηναϊκό ημερολόγιο) θεωρείται από πολλούς ερευνητές λανθασμένη (Persky, 2009; Planeaux, 2015), εφόσον οι Αθηναίοι χρησιμοποιούσαν παραπάνω από ένα ημερολόγια για να καταγράφουν το χρόνο. Όπως αναφέρει ο Planeaux (2015), ειδικότερα από τον 3^ο αιώνα π.Χ. και ύστερα, οι Αθηναίοι χρησιμοποιούσαν πέντε ξεχωριστά ημερολόγια, ένα από τα οποία είναι το *αστικό ημερολόγιο* (*civil calendar*) ή *ημερολόγιο των εορτών* (*festival calendar*), το οποίο παρουσιάζεται ως το Αττικό ημερολόγιο. Η ονομασία αυτή δόθηκε, λόγω του γεγονότος ότι αυτό τό χρησιμοποιούσαν οι Αθηναίοι για τη ρύθμιση των διαφόρων εορτών τους μέσα στο έτος. Επιπλέον, ο Persky (2009) ονομάζει το εν λόγω ημερολόγιο και ως *ημερολόγιο του άρχοντα* (*archon's calendar*), διότι ξεκινούσε με την ανάληψη των καθηκόντων του νέου επώνυμου άρχοντα, ο οποίος μάλιστα είχε τη δυνατότητα να τό ρυθμίζει. Παρόλο που οι Αθηναίοι δεν εγκατέλειψαν το σεληνιακό τρόπο καταγραφής του χρόνου, προέβησαν στην προσθήκη ή διαγραφή ημερών, με σκοπό την εξομάλυνση του σεληνιακού και του ηλιακού κύκλου. Για αυτό το λόγο, πολλοί ερευνητές αναφέρονται στο ημερολόγιο αυτό ως σεληνοηλιακό (Planeaux, 2015).

Σε ό,τι αφορά τα ονόματα που δόθηκαν στους 12 μήνες του ημερολογίου, αυτά προέκυψαν από τις διάφορες εορτές των Αθηναίων προς τιμήν των θεών τους, αλλά και από τις διάφορες δραστηριότητες που λάμβαναν χώρα στη διάρκεια του έτους. Οι Λιβαθινός (χ.η.) και Μερσινιάς (2014) παραθέτουν τα εξής ονόματα: *Εκατομβαιών, Μεταχειντιών, Βοηδρομιών, Πυανωσιών* ή *Πυανεσιών, Μαιμακτηριών, Ποσειδηιών* ή *Ποσειδαιών, Γαμηλιών, Ανθεστηριών, Ελαφηβολιών, Μουνυχιών, Θαργηλιών, Σκυροφοριών*. Τέλος ο εμβόλιμος μήνας ονομαζόταν *Ποσειδαιών δεύτερος* ή *Ποσειδαιών ύστερος* και έμπαινε αμέσως μετά από το μήνα Ποσειδαιών (βλ. Πίνακα 1).

Πίνακας 1: Οι μήνες του Αττικού ημερολογίου (Λιβαθινός, χ.η.)

Μήνας του έτους	Ονομασία μηνός στην Αθήνα	Πλήθος ημερών	Χρονικό Διάστημα(περίπου) με σημερινούς όρους
1 ^{ος}	Εκατομβαιών	30	16 Ιουλίου- 15 Αυγούστου
2 ^{ος}	Μεταγειτνιών	29	16 Αυγούστου-15 Σεπτεμβρίου
3 ^{ος}	Βοηδρομιών	30	16 Σεπτεμβρίου-15 Οκτωβρίου
4 ^{ος}	Πυανεψιών	29	16 Οκτωβρίου-15 Νοεμβρίου
5 ^{ος}	Μαιμακτηριών	30	16 Νοεμβρίου-15 Δεκεμβρίου
6 ^{ος}	Ποσειδαιών	29	16 Δεκεμβρίου-15 Ιανουαρίου
6 α Εμβόλιμος στο 3 ^ο , 5 ^ο , 8 ^ο έτος	Ποσειδαιών δεύτερος ή Ποσειδαιών ύστερος	30	
7 ^{ος}	Γαμηλιών	30	16 Ιανουαρίου-15 Φεβρουαρίου
8 ^{ος}	Ανθεστηριών	29	16 Φεβρουαρίου- 15 Μαρτίου
9 ^{ος}	Ελαφηβολιών	30	16 Μαρτίου-15 Απριλίου
10 ^{ος}	Μουνυχιών	29	16 Απριλίου-15 Μαΐου
11 ^{ος}	Θαργηλιών	30	16 Μαΐου-15 Ιουνίου
12 ^{ος}	Σκироφοριών	29	16 Ιουνίου-15 Ιουλίου

Όσον αφορά τις ημέρες καθενός από τους παραπάνω μήνες, αυτές σύμφωνα με τον Samuel (1972) χωρίζονταν σε τρεις ομάδες των 10 ημερών, εάν ο μήνας είχε 30 ημέρες και σε δύο ομάδες των 10 ημερών και μία των 9 ημερών εάν ο μήνας είχε 29 ημέρες. Στο παρακάτω σχήμα (βλ. Σχήμα 1) διαφαίνεται ότι η ονομασία των ημερών κάθε ομάδας ακολουθεί συγκεκριμένο μοτίβο, με εξαίρεση την 1^η, 11^η, 12^η, 20^η, 21^η και ανάλογα με το αν ο μήνας ήταν τέλειος ή κοίλος την 30^η ή την 29^η ημέρα.

1 νουμηνία	11 ένδεκάτη	21 δεκάτη φθίνοντος, δεκάτη ύστερα
2 δευτέρα Ισταμένου	12 δωδεκάτη	22 ενάτη φθίνοντος
3 τρίτη Ισταμένου	13 τρίτη επί δέκα	23 όγδοη φθίνοντος
4 τετράς Ισταμένου	14 τετράς επί δέκα	24 έβδόμη φθίνοντος
5 πέμπτη Ισταμένου	15 πέμπτη επί δέκα	25 έκτη φθίνοντος
6 έκτη Ισταμένου	16 έκτη επί δέκα	26 πέμπτη φθίνοντος
7 έβδόμη Ισταμένου	17 έβδόμη επί δέκα	27 τετράς φθίνοντος
8 όγδοη Ισταμένου	18 όγδοη επί δέκα	28 τρίτη φθίνοντος
9 ενάτη Ισταμένου	19 ενάτη επί δέκα	29-month full δευτέρα φθίνοντος
10 δεκάτη Ισταμένου	20 είκοστή, δεκάτη προτέρα	29-month hollow ένη και νέα
		30 ένη και νέα

Σχήμα 1: Οι ονομασίες των ημερών (Samuel, 1972)

2. Τα ημερολόγια των Ρωμούλου και Νουμά

2.1 Το ημερολόγιο του Ρωμούλου

Το ημερολόγιο του Ρωμούλου (βλ. Πίνακα 2) αποδίδεται στον ιδρυτή και πρώτο βασιλιά της Ρώμης, το μυθικό Ρωμόλο. Η χρονολογία δημιουργίας του υπολογίζεται περί το 753 π.Χ.

(Weaver, 2014). Επιπλέον, εμφανίζεται στη βιβλιογραφία και ως *Αρχαίο Ρωμαϊκό ημερολόγιο πριν το 700 π.Χ.*, διότι αυτό ίσχυε μέχρι το 700 π.Χ. (Καραγκιοζίδης, χ.η.). Το ημερολόγιο αυτό βασιζόταν στις φάσεις της Σελήνης και για αυτό το λόγο ήταν σεληνιακό ημερολόγιο (Conti, 2003).

Πίνακας 2: Οι μήνες στο ημερολόγιο του Ρωμύλου (Καραγκιοζίδης, χ.η.)

ΑΡΧΑΙΟ ΡΩΜΑΪΚΟ ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΠΡΙΝ ΤΟ 700 ΠΧ		
	Ονομασία μηνών	Διάρκεια σε ημέρες
1	Martius	31
2	Aprilis	30
3	Majus	31
4	Junius	30
5	Quintilis	31
6	Sextilis	30
7	September	30
8	October	31
9	November	30
10	December	30
Ολική διάρκεια 304 ημέρες		

Το έτος σε αυτό το ημερολόγιο χωριζόταν σε 10 μήνες και είχε συνολικά 304 ημέρες, ο πρώτος μήνας του οποίου ήταν ο Martius και ο τελευταίος ο December. Ενώ αρχικά τα ονόματα των μηνών δόθηκαν ανάλογα με τη σειρά της θέσης τους στο ημερολόγιο, δηλαδή ο πρώτος μήνας ονομαζόταν απλά *πρώτος* κ.ο.κ. (Καραγκιοζίδης, χ.η.), στη συνέχεια οι τέσσερις πρώτοι μήνες *Martius*, *Aprilis*, *Majus* και *Junius* έλαβαν τα ονόματά τους από τις αρχαίες ρωμαϊκές θεότητες. Από την άλλη πλευρά, τα ονόματα, από τον πέμπτο μήνα και ύστερα, ήταν: *Quintilis*, *Sextilis*, *September*, *October*, *November*, *December* και προέκυψαν από τις λέξεις *quinque*, *sex*, *septem*, *octo*, *novem*, *decem* που σημαίνουν πέντε, έξι, εφτά, οκτώ, εννιά και δέκα αντίστοιχα (Weaver, 2014). Οι μήνες *Martius*, *Majus*, *Quintilis* και *October* είχαν 31 ημέρες, ενώ οι υπόλοιποι έξι μήνες είχαν 30 ημέρες. Επιπρόσθετα, σύμφωνα με τον Clarke (1842), ο Ρωμύλος εικάζεται ότι εισήγαγε ημέρες, οι οποίες δεν είχαν ονόματα, έτσι ώστε το έτος να αποτελείται από 360 ημέρες. Παρόλα αυτά δεν μπορεί να διευκρινιστεί ο τρόπος με τον οποίο οι ημέρες αυτές παρεμβάλλονταν μέσα στο έτος.

2.2 Το ημερολόγιο του Νουμά

Ο αρχικός διαχωρισμός του έτους σε 10 μήνες, στο ημερολόγιο του Ρωμύλου, δε συμβάδιζε με τις εποχές του έτους. Για αυτό το λόγο, ο δεύτερος κατά σειρά βασιλιάς της Ρώμης, Νουμάς Πομπίλιος θέσπισε το 700 π.Χ. ένα νέο ημερολόγιο το επονομαζόμενο *ημερολόγιο του Νουμά* (Καραγκιοζίδης, χ.η.). Το ημερολόγιο αυτό, όπως και το ημερολόγιο του Ρωμύλου, ήταν σεληνιακό (Fotheringham, 1929).

Στο αρχικό ημερολόγιο του Ρωμύλου προστέθηκαν δύο επιπλέον μήνες, ο *Januarius* και ο *Februarius* ως ο 11^{ος} και 12^{ος} μήνας αντίστοιχα. Πλέον, η διάρκεια του έτους ανερχόταν σε 355 ημέρες, με αποτέλεσμα να υπάρχει μία απόκλιση των 10-11 ημερών από την πραγματική διάρκεια του ηλιακού έτους που ανερχόταν σε $365 \frac{1}{4}$ ημέρες (Meisner, 2009). Συνεπώς, κρίθηκε αναγκαία η εισαγωγή ενός εμβόλιμου μήνα κάθε δύο χρόνια, αμέσως μετά το μήνα *Februarius*, ο οποίος είχε συνολικά 22 ή 23 ημέρες και ονομάστηκε *Mensis Interkalaris* (Καραγκιοζίδης, χ.η.). Ο συνολικός αριθμός λοιπόν των ημερών του εν λόγω ημερολογίου είχαν ως εξής: Οι *Martius*, *Majus*, *Quintilis* και *October* αποτελούνταν από 31 ημέρες, ο *Februarius* από 28 ημέρες και όλοι οι υπόλοιποι μήνες από 29 ημέρες (Magini, 2015).

Άξιο αναφοράς αποτελεί το έτος 153 π.Χ., κατά το οποίο το ημερολόγιο υπέστη μία επιπλέον μεταρρύθμιση, με αποτέλεσμα ο μήνας *Januarius* να γίνει ο πρώτος μήνας του έτους, ο *Februarius* ο δεύτερος, ο *Martius* ο τρίτος κ.λπ., με τελευταίο μήνα του ημερολογίου τον *December* (Καραγκιοζίδης, χ.η.). Στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακα 3), δίδεται η σειρά, με την οποία εμφανίζονταν οι μήνες στο ημερολόγιο του Νουμά, από την ημερομηνία κατασκευής του (700 π.Χ.), καθώς και η σειρά τους όπως προέκυψαν από τη νέα τροποποίηση (153 π.Χ.) και ύστερα.

Πίνακας 3: Οι μήνες του ημερολογίου του Νουμά (Καραγκιοζίδης, χ.η.)

ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΤΟΥ NUMA POMPILIUS 700 ΠΧ			ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΤΟΥ NUMA POMPILIUS μετά το 153 ΠΧ		
Αύξων αριθμός μήνα	Ονομασία μήνα	Διάρκεια σε ημέρες	Αύξων αριθμός μήνα	Ονομασία μήνα	Διάρκεια σε ημέρες
1	Martius	31	1	Januarius	29
2	Aprilis	29	2	Februarius	28
3	Majus	31	3	Martius	31
4	Junius	29	4	Aprilis	29
5	Quintilis	31	5	Majus	31
6	Sextilis	29	6	Junius	29
7	September	29	7	Quintilis	31
8	October	31	8	Sextilis	29
9	November	29	9	September	29
10	December	29	10	October	31
11	Januarius	29	11	November	29
12	Februarius	28	12	December	29
Ανά διετία προσθήκη 13 ^{ου} μήνα με διάρκεια άλλοτε 22 και άλλοτε 23 ημερών					

Ενδιαφέρον παρουσιάζει και ο τρόπος καταγραφής των ημερών κάθε μήνα. Αυτές χωρίζονταν σε τρία ανόμοια τμήματα τα οποία καθορίζονταν από τις φάσεις της Σελήνης και είχαν τα εξής ονόματα: *Kalendae* (συντομογραφία Kal.), *Nonae* (συντομογραφία Non.) και *Idus* (συντομογραφία Id.). Η *Kalendae* ήταν η πρώτη ημέρα του μήνα, η *Idus* ήταν η 13^η ημέρα του μήνα εκτός από τους μήνες *Martius*, *Majus*, *Quintilis* και *October* όπου ήταν η 15^η ημέρα του μήνα και η *Nonae* ήταν πάντα οκτώ ημέρες πριν από την *Idus* (Richards, 2012).

Στο παρακάτω σχήμα (βλ. Σχήμα 2) δίδεται ο τρόπος, με τον οποίο αναγράφονταν οι ημέρες του μήνα *Januarius*.

1 Kal. Jan.	17 a. d. XVI. Kal. Feb.
2 a. d. IV. Non. Jan.	18 a. d. XV. Kal. Feb.
3 a. d. III. Non. Jan.	19 a. d. XIV. Kal. Feb.
4 Prid. Non. Jan.	20 a. d. XIII. Kal. Feb.
5 Non. Jan.	21 a. d. XII. Kal. Feb.
6 a. d. VIII. Id. Jan.	22 a. d. XI. Kal. Feb.
7 a. d. VII. Id. Jan.	23 a. d. X. Kal. Feb.
8 a. d. VI. Id. Jan.	24 a. d. IX. Kal. Feb.
9 a. d. V. Id. Jan.	25 a. d. VIII. Kal. Feb.
10 a. d. IV. Id. Jan.	26 a. d. VII. Kal. Feb.
11 a. d. III. Id. Jan.	27 a. d. VI. Kal. Feb.
12 Prid. Id. Jan.	28 a. d. V. Kal. Feb.
13 Id. Jan.	29 a. d. IV. Kal. Feb.
14 a. d. XIX. Kal. Feb.	30 a. d. III. Kal. Feb.
15 a. d. XVIII. Kal. Feb.	31 Prid. Kal. Feb.
16 a. d. XVII. Kal. Feb.	

Σχήμα 2: Οι ημέρες του μήνα *Januarius* (Key, 1859)

3. Το παλιό Ισλανδικό ημερολόγιο *misseri*

Το ημερολόγιο *misseri*, το οποίο συναντάται στη βιβλιογραφία και ως *misseristal* δημιουργήθηκε από τους Βίκινγκς, αποίκους της Ισλανδίας, ώστε να καθίσταται δυνατή η έγκαιρη προσέλευση ενός σημαντικού αριθμού του πληθυσμού στη Βουλή που είχαν ιδρύσει, με σκοπό τη θέσπιση των νόμων. Το ημερολόγιο αυτό, εν τέλει, προσαρμόστηκε στο Γρηγοριανό ημερολόγιο, αφού περί το 1000 μ.Χ. η Ισλανδία έγινε Χριστιανικό κράτος (Janson, 2011). Αξιοπρόσεκτο είναι το γεγονός ότι η μονάδα μέτρησης αυτού του ημερολογίου δεν ήταν το έτος, αλλά η εβδομάδα. Κάθε έτος λοιπόν δεν είχε συγκεκριμένο αριθμό ημερών και μπορούσε να μετρηθεί είτε σε 52 εβδομάδες των 364 ημερών, είτε σε 53 εβδομάδες των 371 ημερών, όπου τότε θεωρούνταν δίσεκτο (Bjarnadóttir, 2010; Janson, 2011). Επιπλέον, κάθε εβδομάδα αποτελούνταν από επτά ημέρες, τα ονόματα των οποίων προήλθαν από τους Σκανδιναβούς θεούς και φαίνονται παρακάτω (βλ. Σχήμα 3).

Sunnudagr, Κυριακή, η ημέρα του ηλίου.
Mánadagr, Δευτέρα, η ημέρα της σελήνης.
Týrsdagr, Τρίτη από το θεό Tyr, το θεό του πολέμου.
Óðinsdagr, Τετάρτη από το θεό Όντιν, τον πανούργο θεό.
Þorsdagr, Πέμπτη από το θεό Θωρ, το θεό του κεραυνού.
Frjádagr, Παρασκευή από τη θεά Φρέγια/Φρίγκα, τη θεά της/του αγάπης/γάμου.
Laugardagr, Σάββατο, η ημέρα του λουτρού.

Σχήμα 3: Οι ημέρες της εβδομάδας του ημερολογίου *misseri* (Ασωνίτης, 2015)

Οι ακραίες συνθήκες της περιοχής εκείνης καθιστούσαν δυνατή τη διάκριση του χρόνου σε δύο μόνο εποχές, το χειμώνα και το καλοκαίρι (Hauptmann, 2014). Ως εκ τούτου, «οι ημερομηνίες εκφράζονταν ως περίοδοι ημερών μιας συγκεκριμένης εβδομάδας του καλοκαιριού ή του χειμώνα (για παράδειγμα γεννήθηκε το δέκατο έκτο Σάββατο, το καλοκαίρι του 1850)» (Ασωνίτης, 2015, σ. 64). Ακόμα, σημαντική είναι η παρατήρηση του Janson (2011) σχετικά με τη μη ύπαρξη κάποιας συγκεκριμένης ημέρας του έτους, που να θεωρείται η πρώτη ημέρα του χρόνου.

Επειδή οι άποικοι της περιοχής αντιλαμβάνονταν μόνο το χειμώνα και το καλοκαίρι ως εποχές του χρόνου, τον χώρισαν σε δύο εξάμηνα· το χειμερινό και το θερινό. Εξ ου και η ονομασία *misseri*, που σημαίνει εξάμηνο στα ισλανδικά. Το θερινό εξάμηνο λοιπόν ξεκινούσε πάντα την ημέρα Πέμπτη και διαρκούσε 26 εβδομάδες και δύο ημέρες επιπλέον. Ενώ, όταν το έτος ήταν δίσεκτο, διαρκούσε 26 εβδομάδες, δύο ημέρες επιπλέον καθώς και ακόμα μία εβδομάδα. Τέλος, το χειμερινό εξάμηνο ξεκινούσε πάντα ημέρα Σάββατο και διαρκούσε 25 εβδομάδες και πέντε ημέρες επιπλέον (Bjarnadóttir, 2010).

Βεβαίως, πλην της μέτρησης του χρόνου σε εβδομάδες, υπήρχε και άλλος τρόπος διαχωρισμού του έτους. Αυτός επιτυγχανόταν με το χωρισμό του σε 12 μήνες των 30 ημερών καθώς και επιπλέον τεσσάρων ή και 11 ημερών όταν το έτος ήταν δίσεκτο, μεταξύ του τρίτου και τέταρτου καλοκαιρινού μήνα, με κάθε ένα από αυτούς να ξεκινάει την ίδια ημέρα της εβδομάδας κάθε χρόνο (Janson, 2011). Στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακα 4) κατονομάζονται οι μήνες αυτοί, η ημέρα κατά την οποία ξεκινούσαν και το χρονικό διάστημα που είχαν ως αφετηρία συγκριτικά με το Ιουλιανό και το Γρηγοριανό ημερολόγιο.

Πίνακας 4: Οι Ισλανδικοί μήνες (Janson, 2011)

	old Icelandic	modern Icelandic	begins	Julian	Gregorian
S1	?	Harpa	Thursday	9–15 April	19–25 April
S2	?	Skerpla	Saturday	9–15 May	19–25 May
S3	?	Sólmánuður	Monday	8–14 June	18–24 June
S4	(Miðsumar)?	Heyannir	Sunday	13–20 July	23–30 July
S5	Tvímánuður	Tvímánuður	Tuesday	12–19 August	22–29 August
S6	?	Haustmánuður	Thursday	11–18 September	21–28 September
W1	Gormánuður	Gormánuður	Saturday	11–18 October	21–28 October
W2	Ýlir	Ýlir	Monday	10–17 November	20–27 November
W3	Jólmánuður	Mörsugur	Wednesday	10–17 December	20–27 December
W4	Þorri	Þorri	Friday	9–16 January	19–26 January
W5	Gói	Góa	Sunday	8–15 February	18–25 February
W6	Einmánuður	Einmánuður	Tuesday	10–16 March	20–26 March

4. Διδακτική προσέγγιση για την αξιοποίηση των παραπάνω ημερολογίων κατά την εκπαιδευτική διαδικασία

Η έννοια του χρόνου καθώς και τα ονόματα των μηνών του έτους είναι γνωστά στους μαθητές από τα αρχικά στάδια των μαθητικών τους χρόνων. Δεν είναι γνωστή, ωστόσο, η ιστορία των ημερολογίων, καθώς και η εξάρτηση που παρουσιάζουν σε σχέση με την κουλτούρα των πολιτισμών που τά χρησιμοποιούν. Ως εκ τούτου, στην παρούσα εργασία προτείνεται η ένταξη των αρχαίων ημερολογίων στη μαθησιακή διαδικασία, ούτως ώστε να γίνεται αντιληπτό από τα αρχικά στάδια των μαθητικών χρόνων η επίδραση που έφερε η εκάστοτε κουλτούρα στην κατασκευή τους και τη μορφή την οποία είχαν. Για το λόγο αυτό, θα μπορούσαν να αφιερωθούν ορισμένες διδακτικές ώρες για την παρουσίαση και την επεξήγηση αρχαίων ημερολογίων, επί παραδείγματι των τεσσάρων ημερολογίων που αναλύθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, καθώς επίσης και να γίνει συσχετισμός αυτών με το Γρηγοριανό ημερολόγιο που χρησιμοποιείται την τωρινή εποχή. Ένα πιθανό σενάριο διδασκαλίας θα μπορούσε να είναι αυτό που περιγράφεται στις παρακάτω παραγράφους και ενδείκνυται για μαθητές της ΣΤ΄ τάξης του Δημοτικού, το οποίο θα μπορούσε να αποτελέσει επιπρόσθετο διδακτικό υλικό για τη *Θεματική Ενότητα 5 - Κεφάλαιο 51: Σταμάτα μια στιγμή! (Μετρώ το Χρόνο)*.

Αρχικά, ο εκπαιδευτικός πρέπει να παρουσιάσει κάθε ένα από τα τέσσερα ημερολόγια χωριστά, αναφέροντας τα ονόματα των μηνών του έτους. Θα μπορούσε επιπλέον να εκτυπώσει τους Πίνακες 1, 2, 3 και 4 και να τούς μοιράσει στους μαθητές του για να πετύχει την πληρέστερη κατανόηση των ονομασιών τους. Θα ήταν δε σημαντικό να δείξει στους μαθητές τη γεωγραφική θέση της Ελλάδας, της Ιταλίας και της Ισλανδίας, καθώς επίσης να αναφερθεί στις περιβαλλοντικές συνθήκες που επικρατούν σε κάθε μία από αυτές τις χώρες. Επιπλέον, προτείνεται να παρουσιαστούν συνοπτικά η θρησκεία και οι εορτές που πραγματοποιούνταν στις χώρες αυτές κατά την περίοδο που χρησιμοποιούνταν τα εν λόγω ημερολόγια και να τονιστεί ο ρόλος που διαδραμάτιζε η κουλτούρα των πολιτισμών αυτών στην κατασκευή των τεσσάρων ημερολογίων. Θα μπορούσαν, επιπροσθέτως, να δοθούν στους μαθητές φωτοτυπίες με τα Σχήματα 1, 2 και 3, για περαιτέρω πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο που ονομάζονταν οι ημέρες τις περιόδους εκείνες. Σχετικά με την προαναφερθείσα θεωρία προτείνεται να αφιερωθούν 2 έως 3 διδακτικές ώρες.

Αφού λοιπόν προηγηθεί η μικρή εισαγωγή, που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να προβεί στην παράδοση ασκήσεων που θα συνέκριναν όχι μόνο τα ημερολόγια μεταξύ τους, ως προς τους μήνες και τις ημέρες, αλλά και των υπόλοιπων με το Γρηγοριανό. Παρακάτω δίδονται ενδεικτικές ασκήσεις που θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν στα πλαίσια της εν λόγω διδακτικής πρότασης. Για τη διεξαγωγή, λοιπόν, των ασκήσεων αυτών θα μπορούσαν να αφιερωθούν 3 διδακτικές ώρες. Πιο συγκεκριμένα, κάθε άσκηση χωρίζεται σε υποερωτήματα διαβαθμισμένης δυσκολίας που εμπίπτουν σε μία από τις τρεις κατηγορίες της διαφοροποιημένης ταξινομίας του Bloom (Ανάκληση, Εφαρμογή και Λύση προβλήματος) (Παπαναστασίου, 2015). Έτσι, οι μαθητές θα αντιμετωπίσουν ασκήσεις αφομοίωσης της θεωρίας, εφαρμογής της γνώσης που απέκτησαν

σε νέες καταστάσεις και ασκήσεις που καλλιεργούν την κριτική σκέψη, ώστε να επιτευχθεί η επίλυση πιο σύνθετων υποερωτημάτων (βλ. Πίνακα 5).

Πίνακας 5: Ταξινόμηση των υποερωτημάτων κάθε άσκησης, σύμφωνα με τη διαφοροποιημένη ταξινόμια του γνωσιολογικού τομέα του Bloom

Άσκηση	Διαφοροποιημένη ταξινόμια του γνωσιολογικού τομέα του Bloom		
	Ανάκληση	Εφαρμογή	Λύση Προβλήματος
1	(α), (β)	(γ), (δ)	
2	(α), (β)	(γ), (δ)	
3	(α)	(β), (γ), (δ)	
4	(α), (β)	(γ)	(δ)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΑ ΑΡΧΑΙΑ ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Παρακάτω δίδονται δύο ημερολόγια, το Αττικό, που χρησιμοποιούνταν στην Αρχαία Αθήνα (Σχήμα Α), και το ημερολόγιο misseri, που κατασκευάστηκε από τους Βίκινγκς της Ισλανδίας (Σχήμα Β). Διευκρινίζεται ότι το χρονικό διάστημα των μηνών του Αττικού ημερολογίου δίδεται με τη βοήθεια των μηνών που χρησιμοποιούνται στο Γρηγοριανό ημερολόγιο, ενώ στο ημερολόγιο misseri αναγράφεται το χρονικό διάστημα, κατά το οποίο ξεκινούσε κάθε μήνας σύμφωνα με το Γρηγοριανό ημερολόγιο.

Μήνας του έτους	Ονομασία μηνός στην Αθήνα	Πλήθος ημερών	Χρονικό Διάστημα(περίπου) με σημερινούς όρους
1 ^{ος}	Εκατομβαιών	30	16 Ιουλίου- 15 Αυγούστου
2 ^{ος}	Μεταγειτινιών	29	16 Αυγούστου-15 Σεπτεμβρίου
3 ^{ος}	Βοηδρομιών	30	16 Σεπτεμβρίου-15 Οκτωβρίου
4 ^{ος}	Πυανεψιών	29	16 Οκτωβρίου-15 Νοεμβρίου
5 ^{ος}	Μαιμακτηριών	30	16 Νοεμβρίου-15 Δεκεμβρίου
6 ^{ος}	Ποσειδαιών	29	16 Δεκεμβρίου-15 Ιανουαρίου
6 α Εμβόλιμος στο 3 ^ο , 5 ^ο , 8 ^ο έτος	Ποσειδαιών δεύτερος ή Ποσειδαιών ύστερος	30	
7 ^{ος}	Γαμηλιών	30	16 Ιανουαρίου-15 Φεβρουαρίου
8 ^{ος}	Ανθεστηριών	29	16 Φεβρουαρίου- 15 Μαρτίου
9 ^{ος}	Ελαφηβολιών	30	16 Μαρτίου-15 Απριλίου
10 ^{ος}	Μουνυχιών	29	16 Απριλίου-15 Μαΐου
11 ^{ος}	Θαργηλιών	30	16 Μαΐου-15 Ιουνίου
12 ^{ος}	Σκироφοριών	29	16 Ιουνίου-15 Ιουλίου

(Σχήμα Α)

Ισλανδικοί μήνες	Ξεκινάει	Γρηγοριανό ημερολόγιο
Harpa	Πέμπτη	19-25 Απριλίου
Skerpla	Σάββατο	19-25 Μαΐου
Sólmánuður	Δευτέρα	18-24 Ιουνίου
Heyannir	Κυριακή	23-30 Ιουλίου
Tvímánuður	Τρίτη	22-29 Αυγούστου
Haustmánuður	Πέμπτη	21-28 Σεπτεμβρίου
Gormánuður	Σάββατο	21-28 Οκτωβρίου
Ýlir	Δευτέρα	20-27 Νοεμβρίου
Mörsugur	Τετάρτη	20-27 Δεκεμβρίου
Þorri	Παρασκευή	19-26 Ιανουαρίου
Góa	Κυριακή	18-25 Φεβρουαρίου
Eiðmánuður	Τρίτη	20-26 Μαρτίου

(Σχήμα Β)

- α.** Στο Αττικό ημερολόγιο, οι μήνες με τις 30 ημέρες ή οι μήνες με τις 29 ημέρες είναι οι περισσότεροι;
β. Στο ημερολόγιο misseri ποιες είναι οι λιγότερο πιθανές ημέρες για να ξεκινήσει ένας μήνας;
γ. Η Σπυριδούλα γεννήθηκε στις 22 Μαρτίου. Εάν ήταν πολίτης της Αρχαίας Αθήνας ποιο μήνα θα γιόρταζε τα γενέθλιά της, δεδομένου ότι δεν υπάρχει στο ημερολόγιο ο μήνας Ποσειδαίων ύστερος;
δ. Εάν η Σπυριδούλα ζούσε στην Ισλανδία, στα χρόνια των Βίκινγκς, ποιο μήνα θα γιόρταζε τα γενέθλιά της τότε;

ΑΣΚΗΣΗ 2

Παρακάτω δίδονται το ημερολόγιο του Ρωμύλου ή αλλιώς Αρχαίο Ρωμαϊκό ημερολόγιο πριν το 700 π.Χ. (Σχήμα Γ) και το ημερολόγιο του Νουμά το 700 π.Χ. και το 153 π.Χ. και ύστερα (Σχήμα Δ), τα οποία αποτελούσαν πρόδρομο του Ιουλιανού και στη συνέχεια του Γρηγοριανού ημερολογίου.

ΑΡΧΑΙΟ ΡΩΜΑΪΚΟ ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΠΡΙΝ ΤΟ 700 πχ		
	Όνομασία μηνών	Διάρκεια σε ημέρες
1	Martius	31
2	Aprilis	30
3	Majus	31
4	Junius	30
5	Quintilis	31
6	Sextilis	30
7	September	30
8	October	31
9	November	30
10	December	30
Ολική διάρκεια 304 ημέρες		

(Σχήμα Γ)

ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΤΟΥ ΝΟΥΜΑ ΠΟΜΠΙΛΙΟΥ 700 πχ			ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΟ ΤΟΥ ΝΟΥΜΑ ΠΟΜΠΙΛΙΟΥ ΜΕΤΑ ΤΟ 153 πχ		
Αύξων αριθμός μήνα	Όνομασία μήνα	Διάρκεια σε ημέρες	Αύξων αριθμός μήνα	Όνομασία μήνα	Διάρκεια σε ημέρες
1	Martius	31	1	Januarius	29
2	Aprilis	29	2	Februarius	28
3	Majus	31	3	Martius	31
4	Junius	29	4	Aprilis	29
5	Quintilis	31	5	Majus	31
6	Sextilis	29	6	Junius	29
7	September	29	7	Quintilis	31
8	October	31	8	Sextilis	29
9	November	29	9	September	29
10	December	29	10	October	31
11	Januarius	29	11	November	29
12	Februarius	28	12	December	29
Ανά διετία προσθήκη 13 ^{ου} μήνα με διάρκεια άλλοτε 22 και άλλοτε 23 ημερών					

(Σχήμα Δ)

- α.** Πόσες ημέρες διαφορά παρουσιάζουν το ημερολόγιο του Ρωμύλου και το ημερολόγιο του Νουμά, χωρίς την προσθήκη του εμβόλιμου 13^{ου} μήνα;
β. Στο Σχήμα Δ βλέπετε το ημερολόγιο του Νουμά μετά το 153 π.Χ. Παρατηρήστε ότι: δύο χρόνια προστίθενταν στο έτος ένας εμβόλιμος μήνας, ο οποίος είχε άλλοτε 22 και άλλοτε 23 ημέρες. Μάλιστα, ο μήνας αυτός προστίθενταν πάντα μετά το μήνα Februarius και ονομαζόταν Mensis Interkalaris. Αν κάποιο έτος ο μήνας αυτός είχε 22 ημέρες, πόσες ήταν συνολικά οι ημέρες του έτους;
γ. Ο Μάκης γεννήθηκε τον Απρίλιο του 2000 μ.Χ. Εάν είχε γεννηθεί τον ίδιο μήνα κατά σειρά μεταξύ των ετών 724 π.Χ. και 123 π.Χ. στη Ρώμη, ποιον μήνα θα γιόρταζε τότε τα γενέθλιά του;
δ. Ποιο μήνα θα έπεφτε η «Πρωτοχρονιά», εάν ζούσαμε στη Ρώμη τα έτη 717 π.Χ., 149 π.Χ. και 160 π.Χ.;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Παρακάτω δίδεται ο μήνας Δεκέμβριος του έτους 2018 (Διατίθεται στην ιστοσελίδα <http://2steps.gr/index.asp?xkey=1695>).

ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ						
ΔΕΥ	ΤΡΙ	ΤΕΤ	ΠΕΜ	ΠΑΡ	ΣΑΒ	ΚΥΡ
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Επιπλέον, δίδονται οι μήνες και οι ονομασίες των ημερών του ημερολογίου misseri.

Οι μήνες

Ισλανδικό μήνες	Ξεκινάει	Γρηγοριανό ημερολόγιο
Harpa	Πέμπτη	19–25 Απριλίου
Skerpla	Σάββατο	19–25 Μαΐου
Sólmánuður	Δευτέρα	18–24 Ιουνίου
Heyannir	Κυριακή	23–30 Ιουλίου
Tvímánuður	Τρίτη	22–29 Αυγούστου
Haustmánuður	Πέμπτη	21–28 Σεπτεμβρίου
Gormánuður	Σάββατο	21–28 Οκτωβρίου
Ylir	Δευτέρα	20–27 Νοεμβρίου
Mörsugur	Τετάρτη	20–27 Δεκεμβρίου
Þorri	Παρασκευή	19–26 Ιανουαρίου
Góa	Κυριακή	18–25 Φεβρουαρίου
Einmánuður	Τρίτη	20–26 Μαρτίου

Οι ημέρες

Sunnudagr, Κυριακή, η ημέρα του ηλίου.
Mánadagr, Δευτέρα, η ημέρα της σελήνης.
Týrsdagr, Τρίτη από το θεό Tyr, το θεό του πολέμου.
Óðinsdagr, Τετάρτη από το θεό Όντιν, τον πανούργο θεό.
Þorsdagr, Πέμπτη από το θεό Θωρ, το θεό του κερανού.
Fimmtudagr, Παρασκευή από τη θεά Φρέγια/Φρίγκα, τη θεά της/του αγάπης/γάμου.
Laugardagr, Σάββατο, η ημέρα του λουτρού.

- Ποιοι μήνες του ημερολογίου misseri λάμβαναν τόπο το μήνα Δεκέμβριο;
- Ποιον ισλανδικό μήνα θα γιορτάζαμε τα Χριστούγεννα εάν ζούσαμε στην Ισλανδία την εποχή όπου ίσχυε το ημερολόγιο misseri;
- Η ημέρα της εορτής της μνήμης του Αγίου Σπυρίδωνος είναι η 12^η Δεκεμβρίου. Ποια ισλανδική ημέρα αντιπροσωπεύει την ημερομηνία αυτή;
- Ποιες ισλανδικές ημέρες αντιπροσωπεύουν τις εξής ημέρες: *Πρώτη ημέρα του μήνα Δεκέμβρη, Δέκατη τέταρτη ημέρα του μήνα Δεκέμβρη, Παραμονή Χριστουγέννων, Χριστούγεννα και Παραμονή Πρωτοχρονιάς;*

ΑΣΚΗΣΗ 4

Παρακάτω δίδεται ο μήνας Σεπτέμβριος του έτους 2017 (Διατίθεται στην ιστοσελίδα <http://2steps.gr/index.asp?xkey=1675>).

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ						
ΔΕΥ	ΤΡΙ	ΤΕΤ	ΠΕΜ	ΠΑΡ	ΣΑΒ	ΚΥΡ
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Επιπλέον, δίδονται οι μήνες του Αττικού ημερολογίου και ο τρόπος που ονομάζονταν οι ημέρες κάθε μήνα.

Οι μήνες

Μήνας του έτους	Ονομασία μηνός στην Αθήνα	Πλήθος ημερών	Χρονικό Διάστημα(περίπου) με σημερινούς όρους
1 ^{ος}	Εκατομβαιών	30	16 Ιουλίου- 15 Αυγούστου
2 ^{ος}	Μεταγειτινιών	29	16 Αυγούστου-15 Σεπτεμβρίου
3 ^{ος}	Βοηδρομιών	30	16 Σεπτεμβρίου-15 Οκτωβρίου
4 ^{ος}	Πυανεψιών	29	16 Οκτωβρίου-15 Νοεμβρίου
5 ^{ος}	Μαιμακτηριών	30	16 Νοεμβρίου-15 Δεκεμβρίου
6 ^{ος}	Ποσειδαιών	29	16 Δεκεμβρίου-15 Ιανουαρίου
6 α Εμβόλιμος στο 3 ^ο , 5 ^ο , 8 ^ο έτος	Ποσειδαιών δεύτερος ή Ποσειδαιών ύστερος	30	
7 ^{ος}	Γαμηλιών	30	16 Ιανουαρίου-15 Φεβρουαρίου
8 ^{ος}	Ανθεστηριών	29	16 Φεβρουαρίου- 15 Μαρτίου
9 ^{ος}	Ελαφηβολιών	30	16 Μαρτίου-15 Απριλίου
10 ^{ος}	Μουνυχιών	29	16 Απριλίου-15 Μαΐου
11 ^{ος}	Θαργηλιών	30	16 Μαΐου-15 Ιουνίου
12 ^{ος}	Σκιροφοριών	29	16 Ιουνίου-15 Ιουλίου

Οι ημέρες

1 νομηγία	11 ένδεκάτη	21 δεκάτη φθίνοντος, δεκάτη ύστερα
2 δευτέρα Ισταμένου	12 δωδεκάτη	22 ένατη φθίνοντος
3 τρίτη Ισταμένου	13 τρίτη επί δέκα	23 όγδοη φθίνοντος
4 τετράς Ισταμένου	14 τετράς επί δέκα	24 έβδομη φθίνοντος
5 πέμπτη Ισταμένου	15 πέμπτη επί δέκα	25 έκτη φθίνοντος
6 έκτη Ισταμένου	16 έκτη επί δέκα	26 πέμπτη φθίνοντος
7 έβδομη Ισταμένου	17 έβδομη επί δέκα	27 τετράς φθίνοντος
8 όγδοη Ισταμένου	18 όγδοη επί δέκα	28 τρίτη φθίνοντος
9 ένατη Ισταμένου	19 ένατη επί δέκα	29-month full δευτέρα φθίνοντος
10 δεκάτη Ισταμένου	20 είκοστή, δεκάτη προτέρα	29-month hollow ένη και νέα
		30 ένη και νέα

- Ποιοι δύο μήνες του Αττικού ημερολογίου λάμβαναν τόπο το μήνα Σεπτέμβριο;
- Ο μήνας Σεπτέμβριος, επειδή έχει 30 ημέρες, θα θεωρούνταν από τους Αρχαίους Έλληνες ως τέλειος μήνας. Πώς θα ονόμαζαν οι Αρχαίοι Έλληνες τις ημέρες 29^η και 30^η Σεπτεμβρίου;
- Η Σοφία γιορτάζει στις 17 Σεπτεμβρίου. Να ονομάσετε την ημέρα αυτή σύμφωνα με τις ημέρες και τους μήνες του Αττικού ημερολογίου.
- Ο Σεπτέμβριος είναι ο 9^{ος} μήνας του έτους μας. Όμως, οι μήνες στους οποίους αντιστοιχεί στο Αττικό ημερολόγιο, κατέχουν διαφορετική αριθμητική θέση από την 9^η. Πού πιστεύετε ότι οφείλεται η διαφορά αυτή;

Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία υιοθετήθηκε η αντίληψη ότι το μάθημα των Μαθηματικών συμβαδίζει και συνυπάρχει με την κουλτούρα που φέρουν οι διάφοροι πολιτισμοί. Αποσαφηνίστηκε μάλιστα ο όρος Εθνομαθηματικά, ο οποίος περιγράφει τη σύνδεση πολιτισμού και αντίληψης

των Μαθηματικών, ενώ παράλληλα αναφέρθηκαν και ορισμένες εθνομαθηματικές προσεγγίσεις που δύνανται να ενταχθούν στις διάφορες εκπαιδευτικές βαθμίδες.

Επιπροσθέτως, στην εργασία αυτή έγινε προσπάθεια να αναδειχθεί ως εθνομαθηματική προσέγγιση η χρήση των ημερολογίων και ειδικότερα τα αρχαία ημερολόγια τριών διαφορετικών πολιτισμών: των Αρχαίων Ελλήνων, των Ρωμαίων και των Βίκινγκς, κατοίκων της Ισλανδίας. Τα ημερολόγια αυτά, λοιπόν, τα οποία ήταν το Αττικό ημερολόγιο, τα ημερολόγια των Ρωμύλου και Νουμά και το ημερολόγιο misseri επεξηγήθηκαν εκτενώς, ούτως ώστε να υπάρξει μία γενική εικόνα σχετικά με τη διαφορετικότητά τους, η οποία απέρρεε από τη διαφορετική κουλτούρα των πολιτισμών αλλά και από τις διαφορετικές συνθήκες διαβίωσής τους.

Τέλος, επιδιώχθηκε η δημιουργία τεσσάρων ασκήσεων, στις οποίες ενσωματώθηκαν οι μήνες και οι ημέρες των παραπάνω ημερολογίων και αφορούσαν τόσο τη μεταξύ τους σύγκριση όσο και τη σύγκρισή τους με το Γρηγοριανό ημερολόγιο. Οι ασκήσεις αυτές ενδείκνυται για μαθητές της τελευταίας τάξης του Δημοτικού και στοχεύουν στην εξοικείωση των μαθητών με τους διαφορετικούς τρόπους καταγραφής του χρόνου. Επιπρόσθετα, οι ασκήσεις αυτές επιδιώκουν, μέσω των σχημάτων των μηνών και των ημερών, να καταδείξουν τη διαφορετικότητα που παρουσίαζαν τα ημερολόγια ανά πολιτισμό (λόγου χάρη το Αττικό ημερολόγιο και το ημερολόγιο misseri), αλλά και τη διαφορετικότητα που εμφάνιζαν ημερολόγια του ίδιου πολιτισμού σε διαφορετικές χρονικές περιόδους, (λόγου χάρη το ημερολόγιο του Ρωμύλου και το ημερολόγιο του Νουμά, τα οποία χρησιμοποιούνταν στην Αρχαία Ρώμη σε διαφορετικές περιόδους) έως ότου αντικατασταθούν τελικά με το Γρηγοριανό ημερολόγιο.

Βεβαίως, τα παραπάνω ημερολόγια αποτελούν απλώς ένα μέρος από το μεγάλο αριθμό των αρχαίων ημερολογίων, που θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν ως παραδείγματα Εθνομαθηματικών. Ως εκ τούτου, προτείνεται να γίνει εκτενέστερη μελέτη αυτών για τους τρόπους αξιοποίησής τους στο μάθημα των Μαθηματικών. Επιπρόσθετα, κρίνεται αναγκαία η κατασκευή πολυπλοκότερων ασκήσεων πάνω στα αρχαία ημερολόγια, οι οποίες θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν σε τάξεις όχι μόνο του Γυμνασίου αλλά και του Λυκείου. Προτείνεται επίσης να μελετηθούν περαιτέρω εθνομαθηματικές προσεγγίσεις οι οποίες θα συγκρίνουν την ελληνική παράδοση με άλλες παραδόσεις, ούτως ώστε να μυήσουν τους μαθητές στα ήθη και έθιμα αλλά και στην κουλτούρα γενικότερα των διαφορετικών πολιτισμών.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Achor, E., Imoko, B. & Uloko, E. (2009). Effect of ethnomathematics teaching approach on senior secondary students' achievement and retention in locus. *Educational Research and Review*, 4(8), 385-390.

- Bjarnadóttir, K. (2010). Ethnomathematics at the Margin of Europe – A Pagan Calendar. *Journal of Mathematics and Culture*, 5(1), 21-42.
- Borba, M. (1990). Ethnomathematics and Education. *For the learning of mathematics*, 10(1), 39-43.
- Clarke, A. (1842). *The New Testament of our Lord and Saviour Jesus Christ: the text carefully printed from the most correct copies of the present authorised version, including the marginal readings and parallel texts: with a commentary and critical notes designed as a help to a better understanding of the sacred writings* (New ed., Improved). Philadelphia: Thomas, Cowperthwait & Co.
- Conti, F. (2003). *A Profile of Ancient Rome* (Trans. J. Paul Getty Trust). U.S.A: Getty Publications.
- D' Ambrosio, U. (1987). Socio-Cultural Foundations of Mathematics and Science education. In U. D' Ambrosio (Ed.), *Etnomatematica: Raizes Socio-Culturais da Arte ou Tecnica de Explicar e Conhecer* (pp. 80-98). Sao Paulo: Campinas.
- D' Ambrosio, U. (2001). *Ethnomathematics. Link between Tradition and Modernity*. Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Fotheringham, J.K. (1929). *The Calendar*. London: His Majesty's Stationery Office.
- Hauptmann, K. (2014, February 3). *The Old Icelandic Almanac (KH)*. Retrieved January 09, 2016, from <http://icelandreview.com/stuff/views/2014/01/30/old-icelandic-almanac-kh?language=en>
- Ismael, A. & Mosimege, M. (2004, July). *Ethnomathematical studies on indigenous games: examples from Southern Africa*. Paper presented at the 10th International Congress of Mathematics Education, Copenhagen, Denmark.
- Janson, S. (2011). The Icelandic calendar. In V. Óskarsson (Ed.), *Scripta islandica. Isländska sällskapetets årsbok* (pp. 51-104). Uppsala: Reklam & Katalogtryck AB.
- Key, T.H. (1859). Calendarium. In W. Smith (Ed.), *A Dictionary of Greek and Roman Antiquities* (2nd ed., pp. 222-233). Boston: Little, Brown, and Co.
- Magini, L. (2015). Stars, Myths and Rituals in Etruscan Rome. (Trans. A. Victor). In D. Vakoch (Series Ed.), *Space and Society*. Switzerland: Springer International Publishing.
- Meisner, D. (2009). The Evolution of the Roman Calendar. *Past Imperfect*, 15, 290-321.
- Persky, R. (2009). *Kairos: a cultural history of time in the Greek polis* (Unpublished doctoral dissertation). University of Michigan, Michigan.
- Planeaux, C. (2015, November 6). *The Athenian Calendar*. Retrieved July 22, 2016, from <http://www.ancient.eu/article/833/>
- Richards, E.G. (2012). Calendars. In S.E. Urban & P.K. Seidelmann (Eds.), *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac* (3rd ed., pp. 585-624). California: University Science Books.

- Samuel, A. (1972). *Greek and Roman Chronology: Calendars and Years in Classical Antiquity: Vol. I,7. Handbuch der Altertumswissenschaft. Einleitende und Hilfsdisziplinen*. München: C. H. Beck.
- Schaefer, B. (1992). The Length of the Lunar Month. *Journal for the History of Astronomy (JHA)*, 23(17), 32-42.
- Shirley, L. (2001). Ethnomathematics as a Fundamental of Instructional Methodology. *ZDM*, 33(3), 85-87.
- Weaver, P. (2014). The origins of the Coordinated Universal Time (UTC) calendar. *PM World Journal*, 3(7), 1-10.
- Ασωνίτης, Γ.Χ. (2015). Εθνομαθηματικά και Ημερολόγια. Το παλιό ισλανδικό ημερολόγιο MISSERI ως ένα παράδειγμα Εθνομαθηματικών. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 83-84, 59-69.
- Γεραρής, Η. (2011). Ένταξη και αποδοχή των αλλοδαπών μαθητών μέσω της Διαπολιτισμικής Αγωγής. *Τα Εκπαιδευτικά*, 99-100, 24- 32.
- Θεοδώρου, Ε. & Λεμονίδης, Χ. (2005, Απρίλιος). *Εθνομαθηματικά και Γεωμετρία: μια νέα διαθεματική πρόταση για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού*. Εργασία που παρουσιάστηκε στην 4η Διεθνή Δημερίδα Διδακτικής Μαθηματικών, Κρήτη, Ελλάδα.
- Καραγκιοζίδης, Π. (χ.η.). *Ημερολόγια και Ημερολογιακή Μεταρρύθμιση* [Αρχείο PDF]. Ανακτήθηκε Δεκέμβριος 24, 2015, από <http://www.polkarag.gr/FILES/index.htm>
- Λιβαθινός, Α. (χ.η.). *Το Ημερολόγιο των Αρχαίων Ελλήνων και η μέθοδος χρονολόγησης διά των Ολυμπιάδων* [Αρχείο PDF]. Ανακτήθηκε Ιούλιος 03, 2016, από <http://users.sch.gr/alivathinos/HMEROLOGIO%20ARXAION%20ELLHNON.pdf>
- Μερσινιάς, Σ. (2014). *Οι Μήνες στην Αρχαία Ελλάδα* [Αρχείο Word]. Ανακτήθηκε Αύγουστος 14, 2016, από τα Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων <http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1085>
- Μηλιώνης, Χ. & Σταθοπούλου, Χ. (2005). Εθνομαθηματικά και Πολυπολιτισμική Εκπαίδευση. Στο Δ. Χασάπης (Επιμ.), *4ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Κοινωνικές και Πολιτισμικές Διαστάσεις της Μαθηματικής Εκπαίδευσης* (σ. 87-101). Θεσσαλονίκη.
- Μπαλατζής, Δ. & Νταβέλος, Π. (2009, Ιούνιος). *Η σημασία της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης στο σύγχρονο σχολείο και τα προβλήματά της*. Εργασία που παρουσιάστηκε στο 12ο Διεθνές Συνέδριο με θέμα «Διαπολιτισμική Εκπαίδευση - Μετανάστευση - Διαχείριση Συγκρούσεων και Παιδαγωγική της Δημοκρατίας», Πάτρα, Ελλάδα.
- Ξενοφόντος, Κ. (2014). Γλώσσα, κουλτούρα, και μετανάστες μαθητές στο μάθημα των μαθηματικών. Στο Χ. Χατζησωτηρίου & Κ. Ξενοφόντος (Επιμ.), *Διαπολιτισμική Εκπαίδευση: προκλήσεις, παιδαγωγικές θεωρήσεις και εισηγήσεις* (σ. 219-242). Καβάλα: Εκδόσεις Σαΐτα.
- Παπαναστασίου, Ε. (2015). *Ενότητα 2: Διδακτικοί στόχοι* [Πανεπιστημιακές Σημειώσεις]. Πανεπιστήμιο Λευκωσίας, Σχολή Επιστημών Αγωγής, Π.Μ.Σ.: «Διδακτική των Μαθηματικών και των Φυσικών Επιστημών», Εαρινό Εξάμηνο 2015. Λευκωσία.