

## Ανάπτυξη στρατηγικών σε έννοιες χώρου κατά την πρώτη σχολική ηλικία

### Strategies in Early Spatial Reasoning

Πέτρος Κλιάπης, *Επιστημονικός Συνεργάτης ΑΣΠΑΙΤΕ, pkliapis@gmail.com*

**Petros Kliapis** *Scientific Associate at School of Pedagogical and Technological Education, pkliapis@gmail.com*

#### Abstract

The aim of the present paper is the study of the strategies related to spatial structuring ability by early school children and the possibilities of improving these strategies in the school settings. Initially we aimed to identify the types of strategies that children used when they dealt with spatial tasks. Next we tried to explore possible ways to support children throughout the process of spatial structuring ability. For this purpose, we designed two experiments and a teaching intervention. In the first experiment we found that, according their complexity, the strategies developed by children dealing with spatial tasks could be classified in five types. With the teaching intervention we found that children could be supported in the process of building spatial thought in two ways. a) The previous experience and the width of available repertory of strategies b) The use of specialized tasks that children tackle collaboratively in a rich learning environment that support these tasks.

#### Key words:

#### Περίληψη

Στο άρθρο αυτό παρουσιάζεται μια μελέτη των στρατηγικών δόμησης εννοιών χώρου από παιδιά πρώτης σχολικής ηλικίας και οι δυνατότητα ενίσχυσης των στρατηγικών αυτών στο εκπαιδευτικό περιβάλλον. Ο χειρισμός και η αντιμετώπιση των διαφορετικών και πολύμορφων χωρικών καταστάσεων από το παιδί, απαιτούν τη χρήση κατάλληλων χωρικών στρατηγικών οι οποίες παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την οργάνωση και τη λειτουργία του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος.

Από την πειραματική έρευνα διαπιστώθηκε ότι οι στρατηγικές που αναπτύσσουν τα παιδιά της πρώτης σχολικής ηλικίας για την αντιμετώπιση έργων δόμησης εννοιών χώρου, μπορούν να ταξινομηθούν, με κριτήριο το βαθμό πολυπλοκότητας της δράσης που προϋποθέτουν, σε πέντε τύπους.

Με τη διδακτική παρέμβαση διαπιστώθηκε ότι τα παιδιά μπορούν να υποστηριχτούν στη διαδικασία δόμησης εννοιών χώρου σε δύο επίπεδα. Το πρώτο σχετίζεται με την

προηγούμενη εμπειρία και το μέγεθος του διαθέσιμου ρεπερτορίου των στρατηγικών. Το δεύτερο επίπεδο βασίζεται στη δημιουργία εξειδικευμένων έργων στα οποία δραστηριοποιούνται τα παιδιά μέσα σε πλούσιο και προκλητικό περιβάλλον το οποίο να υποστηρίζει τα έργα της διδακτικής παρέμβασης.

**Λέξεις κλειδιά:** Έννοιες χώρου, στρατηγικές μάθησης, πρώτη σχολική ηλικία

## Εισαγωγή

Οι στρατηγικές ήταν πάντα ένα από τα βασικά ζητήματα στον τομέα της έρευνας σχετικά με τη διδασκαλία και τη μάθηση. Όσον αφορά δε την εκπαίδευση στα μαθηματικά, οι στρατηγικές θεωρείται πως βρίσκονται στον πυρήνα της επίλυσης προβλημάτων και μαθηματικών δραστηριοτήτων. Κατά συνέπεια, η ανάπτυξη ευέλικτων και προσαρμοστικών στρατηγικών προσελκύει το ενδιαφέρον πολλών ερευνητικών μελετών, ειδικά στον τομέα της στοιχειώδους αριθμητικής (Heinze, Star & Verschaffel, 2009).

Πολλοί ορισμοί δόθηκαν κατά καιρούς για τις στρατηγικές, οι οποίοι παρουσιάζουν κοινά χαρακτηριστικά. Έτσι οι στρατηγικές ορίζονται ως «μια σειρά από μία ή περισσότερες διαδικασίες, τις οποίες αποκτά το άτομο για να διευκολύνει τις επιδόσεις του σε ένα γνωστικό έργο» (Riding & Rayner, 1998, σελ. 80). Έρευνες υποστηρίζουν ότι οι στρατηγικές μάθησης θα μπορούσαν να αναπτυχθούν αυθόρμητα στο μαθητή, αλλά πολλές μελέτες αναφέρουν ότι οι πιο αποτελεσματικές στρατηγικές βασίζονται σε μοντέλα που αναπτύσσονται από τους μαθητές στην τάξη συνειδητά ή ασυνείδητα (Weinstein, Husman, & Dieking, 2000; Wade, Thrathen, & ScHraw, 1990).

Υπάρχουν πολλά θεωρητικά ζητήματα που αφορούν την ανάπτυξη στρατηγικών: πώς μπορούν να περιγραφούν, ποιοι ατομικοί παράγοντες τις επηρεάζουν, ποιες συνθήκες διδασκαλίας σχετίζονται με τις στρατηγικές, υπάρχουν διαφορές μεταξύ μαθηματικών πεδίων ή μεταξύ μαθητών υψηλής και χαμηλής επίδοσης στα Μαθηματικά;

Παρά το μεγάλο ενδιαφέρον για τις στρατηγικές, υπάρχουν λίγες έρευνες σχετικά με την ανάπτυξη στρατηγικών στην εκπαίδευση και ακόμα λιγότερες έρευνες για τις στρατηγικές στην προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία, δηλαδή στην αρχή της μαθηματικής ανάπτυξης.

Η έρευνά μας επικεντρώνεται στις στρατηγικές που μπορούν να αναπτυχθούν στα μικρά παιδιά και ιδιαίτερα σε έναν τομέα που δεν έχει διερευνηθεί πολύ, αυτός είναι η χωρική σκέψη. Προσπαθήσαμε να εξετάσουμε εάν και πώς τα παιδιά βελτίωσαν τις στρατηγικές τους που σχετίζονται με χωρικές έννοιες σε σχετικά έργα μετά από μια διδακτική παρέμβαση που τους ενθάρρυνε να ασχοληθούν με χωρικές δραστηριότητες και να αναπτύξουν τις δικές τους στρατηγικές.

## 1. Θεωρητικό υπόβαθρο

Διαφορετικές σημασίες αποδίδονται στον όρο «στρατηγικές», καθώς η χρήση τους αποτελεί μια σύνθετη διαδικασία που συνδέεται με διάφορους τρόπους με το άτομο, την εργασία και το γενικότερο πλαίσιο στο οποίο το άτομο δρα. Για τις στρατηγικές, οι Verschaffel, Luwel, Torbeyns & Van Dooren (2009, σ. 343) εισάγουν τον ακόλουθο ορισμό: «Η συνειδητή ή ασυνειδητή επιλογή και χρήση των καταλληλότερων λύσεων για ένα δεδομένο θέμα ή πρόβλημα, για ένα συγκεκριμένο άτομο, σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο». Οι στρατηγικές αυτές ωστόσο, δεν είναι αυτοματοποιημένες διαδικασίες, αλλά παρουσιάζουν χαρακτηριστικά τα οποία σχετίζονται με τον τρόπο που το άτομο αντιλαμβάνεται τη δική του μάθηση, το επίπεδο στο οποίο ελέγχει αυτή τη διαδικασία, καθώς και την επίδραση που μπορεί να έχει στο περιβάλλον μάθησης. Με άλλα λόγια, η επιλογή μιας στρατηγικής μπορεί να εξαρτάται από τη φύση του έργου που αντιμετωπίζει ένα άτομο ή/και τις προσδοκίες του (Siegler & Araya, 2005).

Όπως υπογραμμίζουν έρευνες σχετικές με το θέμα, αναγκαία συνθήκη για την ανάπτυξη στρατηγικής είναι οι μαθητές να έχουν την ευκαιρία να χρησιμοποιήσουν μια σειρά από διαφορετικές στρατηγικές και να κατανοήσουν ποια λειτουργεί πιο αποτελεσματικά για αυτούς. Αυτή τη διαδικασία ο Star και οι συνεργάτες του (2009) την ορίζουν ως «προσαρμοστικότητα/ευελιξία της στρατηγικής». Αυτό δηλώνει ότι ο μαθητής κατέχει ένα ρεπερτόριο πολλών στρατηγικών και τη δυνατότητα να επιλέξετε την πιο κατάλληλη για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα και μια συγκεκριμένη λύση. Ωστόσο, υπάρχουν πολλές διαφορετικές απόψεις σχετικά με τον τρόπο που αυτή η ευελιξία θα μπορούσε να επιτευχθεί. Μπορούμε να διδάξουμε στους μαθητές πώς να βελτιώσουν το ρεπερτόριο των στρατηγικών τους σχετικά με ένα θέμα; Θα επηρεάσει η διδασκαλία την επιλογή των στρατηγικών; Μεταφέρονται οι στρατηγικές από μια γνωστική περιοχή σε άλλη;

Σε παλαιότερες μελέτες, η έρευνα απέδειξε ότι οι γνωστικές στρατηγικές μπορούν, στην πραγματικότητα, να τροποποιηθούν μέσω διδασκαλίας (Weinstein, 1978). Υπάρχουν, επίσης, καταγραμμένα ορισμένα διδακτικά πειράματα (ως επί το πλείστον σε αριθμούς και πράξεις) που στηρίζουν αυτήν την υπόθεση (Carpenter et al., 1998; Star & Rittle-Johnson, 2008).

Όλες αυτές οι προσεγγίσεις φαίνεται να υποδεικνύουν ότι η ανάπτυξη ευέλικτων και προσαρμοστικών στρατηγικών είναι στενά συνδεδεμένη με την επίλυση προβλημάτων και μαθηματικές δραστηριότητες ανακάλυψης, όπου τα παιδιά μπορούν να αναπτύξουν τις δικές τους αποτελεσματικές (για τα ίδια) στρατηγικές και να βρискουν το δικό τους τρόπο για την αναζήτηση της πλέον κατάλληλης για την κατάσταση ή για το πρόβλημα στρατηγικής. Αν και έρευνες έδειξαν ότι πολλές δεξιότητες που έχουν μάθει τα παιδιά στην τάξη δεν μεταφέρονται με επιτυχία σε άλλες δραστηριότητες, μαθήματα ή καταστάσεις (Wood, 1998), νεώτερα στοιχεία δείχνουν ότι ένα ευρύ ρεπερτόριο από προϋπάρχουσες στρατηγικές βοηθά την

ανάπτυξη νέων στρατηγικών (Siegler & Lemaire, 1997; Luwel, Verschaffel, Onghena, & De Corte, 2001).

Διάφορες έρευνες υπογραμμίζουν, επίσης, ότι οι προηγούμενες γνώσεις των μαθητών μπορεί να επηρεάσουν αρνητικά την ευελιξία στη χρήση στρατηγικών (Rittle-Johnson & Star, 2009). Οι μαθητές με υψηλή προηγούμενη γνώση είναι απρόθυμοι να υιοθετήσουν νέες στρατηγικές, δεδομένης της ευχέρειας που έχουν (και την πιθανή προτίμησή τους), για ένα μικρό σύνολο γνωστών στρατηγικών. Από την άλλη πλευρά, οι μαθητές με ελάχιστη προηγούμενη γνώση μπορεί να «υπερφορτωθούν» στην προσπάθειά τους να κατακτήσουν πολλαπλές στρατηγικές (με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της καθεμιάς) κατά τη μαθησιακή διαδικασία (Star, Johnson, Lynch, & Petrova, 2009).

Με βάση το παραπάνω θεωρητικό υπόβαθρο, οι ερωτήσεις της έρευνάς μας επικεντρώθηκαν στην ανάπτυξη στρατηγικών κατά τα πρώτα σχολικά έτη και ειδικά στα προβλήματα και τα γνωστικά έργα που σχετίζονται με τη δόμηση εννοιών χώρου. Προσπαθήσαμε να εξετάσουμε πώς τα παιδιά σε μικρή ηλικία αναπτύσσουν τις στρατηγικές τους μέσα από συστηματική ενασχόληση με δραστηριότητες χώρου σε παιγνιώδη μορφή και με τη βοήθεια της τεχνολογίας. Επιπλέον, μας ενδιέφερε να εξετάσουμε διαφορές στην ανάπτυξη στρατηγικών ανάμεσα σε μαθητές με πλούσιο και φτωχό ρεπερτόριο αντίστοιχων στρατηγικών.

Ειδικά για τις στρατηγικές στην ανάπτυξη της χωρικής σκέψης η Owens (1999) ανέπτυξε ένα μοντέλο με πέντε διακριτές κατηγορίες. Η υιοθέτηση αυτού του μοντέλου (το οποίο θα παρουσιαστεί αναλυτικά παρακάτω) μετά τις αναγκαίες τροποποιήσεις και προσαρμογές του αποτέλεσε τη βάση για την ανάλυση της ανάπτυξης των στρατηγικών των μαθητών σχετικά με τα έργα δόμησης εννοιών χώρου τα οποία αντιμετώπισαν. Στις μελέτες της σχετικά με δραστηριότητες χώρου που αφορούν δισδιάστατα σχήματα, η Owens διαπιστώνει τη χρήση των ίδιων στρατηγικών από τα παιδιά σε όλες τις προτεινόμενες δραστηριότητες, αν και άλλες έρευνες σε θέματα χώρου διαπιστώνουν δυνατότητες προσαρμογής των στρατηγικών στα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου έργου.

## 2. Μεθοδολογία

Τα δεδομένα που θα παρουσιάσουμε προέρχονται από μια μεγαλύτερη έρευνα η οποία μελέτησε την ανάπτυξη στρατηγικών δόμησης εννοιών χώρου μέσα από οργανωμένες δραστηριότητες στο σχολικό περιβάλλον. Συγκεκριμένα, 47 παιδιά ηλικίας 5-6 ετών συμμετείχαν σε μια πειραματική έρευνα με δύο πειραματικές ομάδες (ΠΟ1 & ΠΟ2) και μία ομάδα ελέγχου (ΟΕ). Στόχος της πειραματικής έρευνας ήταν να ελέγξουμε αν είναι δυνατόν να οργανωθεί και να εφαρμοστεί ένα πρόγραμμα για την ενίσχυση της χωρικής και οπτικής σκέψης των παιδιών μέσα από δραστηριότητες δόμησης εννοιών χώρου σε ένα τεχνολογικά εμπλουτισμένο περιβάλλον.

Η πειραματική έρευνα διεξήχθη σε τρία στάδια:

**Διαγνωστικό στάδιο** (αρχική ατομική συνέντευξη όλων των παιδιών) διερευνήθηκαν οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά όταν αντιμετωπίζουν έργα σχετικά με έννοιες χώρου και καταγράφηκε το επίπεδο πολυπλοκότητας κάθε χρησιμοποιούμενης στρατηγικής.

**Παρέμβαση** (συμμετείχαν μόνο τα παιδιά της πειραματικής ομάδας) διερευνήθηκε ο τρόπος με τον οποίο το Τεχνολογικά Εμπλουτισμένο Μαθησιακό Περιβάλλον (ΤΕΜΠ) ενισχύει τις στρατηγικές της χωρικής και της οπτικοποιημένης σκέψης για κάθε παιδί ξεχωριστά και για το σύνολο της τάξης στην οποία ανήκει.

**Αξιολογικό στάδιο** (τελική ατομική συνέντευξη όλων των παιδιών) διερευνήθηκε η ανάπτυξη στρατηγικών υψηλότερου επιπέδου στα παιδιά της πειραματικής ομάδας όταν αντιμετώπισαν έργα σχετικά με έννοιες χώρου και συγκρίθηκαν οι στρατηγικές τους τόσο με τις στρατηγικές που τα ίδια κατέγραψαν στο διαγνωστικό στάδιο όσο και με τις αντίστοιχες των παιδιών της ομάδας ελέγχου.

Το διδακτικό πείραμα διάρκεσε τρεις μήνες και οι χρόνοι ανάμεσα στα βήματα ήταν αρκούτως μεγάλοι για να χαθούν πληροφορίες από τη βραχύχρονη μνήμη και αρκούτως μικροί για να μην υπάρξουν μεγάλες αλλαγές λόγω ανάπτυξης (μάθησης και ωρίμανσης). Μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου σταδίου της έρευνας μεσολάβησε ένα κενό τριών εβδομάδων, χρόνος απαραίτητος ώστε να αναλυθούν τα δεδομένα από το pre-test, να διαπιστωθεί η ισοδυναμία των ομάδων και να χωριστούν τα παιδιά κάθε ομάδας σε ισοδύναμες μικρότερες υπο-ομάδες για τις ανάγκες της διδακτικής παρέμβασης.

Στο στάδιο της διδακτικής παρέμβασης (οι δραστηριότητες του οποίου δεν μπορούν να παρουσιαστούν στο παρόν άρθρο λόγω των περιορισμών μεγέθους), οι δραστηριότητες και τα παιχνίδια που προτείνονται για τα παιδιά ήταν οργανωμένες σε τρία επίπεδα, που θα μπορούσαν να αποδοθούν με την περιγραφή του Bruner: το εμπράγματο (χειριστικό-ενεργητικό), το εικονικό και το συμβολικό. Στο αρχικό επίπεδο, οι έννοιες, οι δεξιότητες και τα προβλήματα εισάγονταν με δραστηριότητες που βασίζονται στο χειρισμό πραγματικών αντικειμένων και υλικών. Στο δεύτερο επίπεδο, το εικονικό, οι δραστηριότητες αποσκοπούσαν στη σύνδεση και μεταφορά από το υλικό στο αναπαραστατικό, όπου τα παιδιά χειρίζονταν τις νέες τεχνολογίες με ότι αυτό συνεπάγεται σε δυνατότητες προβολής, απεικόνισης και αλληλεπίδρασης κατά περίπτωση (εικόνες, σχήματα, σχέδια, φωτογραφίες, λογισμικό προβολής και άλλες οπτικές αναπαραστάσεις. Στο τρίτο και πιο προχωρημένο στάδιο, οι δραστηριότητες κατευθύνονταν και πάλι με τη βοήθεια της τεχνολογίας η οποία λειτουργούσε ως ενδιάμεσος, στο συμβολικό και αφηρημένο, στο νοητικό επίπεδο, όπου τα παιδιά χειρίζονται σύμβολα, ιδέες και έννοιες. Η πορεία της ήταν από το συγκεκριμένο προς το αφηρημένο, από την πρακτική έρευνα προς την αφαίρεση, διαδικασίες που επιτρέπουν την προοδευτική εσωτερίκευση των πράξεων.



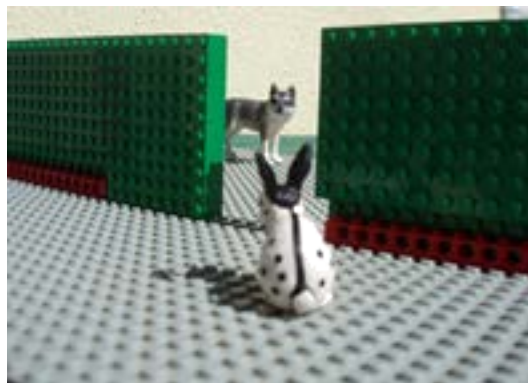
Οι δραστηριότητες υποστηρίζονταν από διάφορα τεχνολογικά μέσα, φωτογραφικές μηχανές, βιντεοκάμερες, ανιχνευτές κίνησης υπεράυθρων (PIR), υπολογιστές και εξειδικευμένο λογισμικό. Τα παιδιά αντιμετώπισαν δραστηριότητες σχετικές με προσανατολισμό, την πλοήγηση στον χώρο, οπτικοποίηση και μετασχηματισμούς. Τα παιδιά εξετάστηκαν πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση σε 6 δραστηριότητες χώρου, που τους παρουσιάζονται σε παιγνιώδη μορφή, προκειμένου να καταγραφούν οι επιδόσεις τους οι στρατηγικές τους και η βελτίωση που θα παρουσίαζαν στις στρατηγικές αυτές.

Δύο δραστηριότητες επιλέχθηκαν να παρουσιαστούν στο παρόν άρθρο, διότι αφενός μπορούν να αποδείξουν τη δυνατότητα της βελτίωσης των στρατηγικών, ως αποτέλεσμα της εκπαίδευσης των παιδιών σε παρόμοια έργα (Baroody & Dowker, 2003) και, αφετέρου, μπορούν να συνδέσουν αυτή τη βελτίωση των στρατηγικών με συγκεκριμένες πτυχές των έργων και τις αρχικές εμπειρικές στρατηγικές των παιδιών (Siegler & Araya, 2005; Lemaire & Siegler, 1995). Εκτός αυτού, τα αποτελέσματα της πειραματικής έρευνας που σχετίζονται με την επίδοση των παιδιών της ομάδας ελέγχου έδειξαν ότι τα παιδιά που δεν έλαβαν μέρος στο πείραμα ουσιαστικά παρέμειναν στο ίδιο επίπεδο, όσον αφορά τις στρατηγικές δόμησης εννοιών χώρου.

Τα έργα που αντιμετώπισαν τα παιδιά ήταν ένα έργο προοπτικής («σώσε το κουνελάκι») και ένα έργο περιστροφής («βρες το κρυμμένο παιχνιδι»).

Το έργο προοπτικής ζητούσε από το παιδί να εργαστεί σε αναπαραστάσεις πραγματικής κατάστασης μελετώντας την οπτική από τη θέση των αντικειμένων και την ευθυγράμμιση της οπτικής.

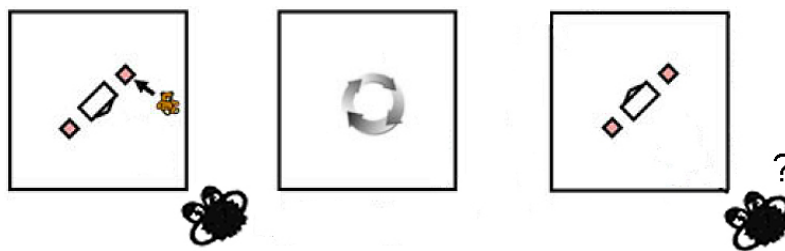
Στο έργο τοποθετούμε στο τραπέζι επάνω σε μια βάση LEGO χωρισμένη σε δυο τμήματα με ένα «τοίχο» από το ίδιο υλικό δυο παιχνιδάκια, ένα λύκο και ένα κουνέλι σε κάθε πλευρά. (βλ. Φωτογραφία 1). Ρωτάμε «Τι θα συμβεί αν ο λύκος δει το κουνέλι από την τρύπα του τοίχου που βρίσκεται ανάμεσα τους;».



*Φωτογραφία 1. Το μοντέλο του έργου προοπτικής*

Στη συνέχεια δίνονται στο παιδί τέσσερις διαφορετικές φωτογραφίες. Στις τρεις από τις τέσσερις φωτογραφίες ο λύκος και το κουνέλι βρίσκονται τοποθετημένα σε τέτοια θέση, έτσι ώστε ο λύκος να μη βλέπει το κουνέλι. Μόνο σε μία από τις τέσσερις φωτογραφίες το κουνέλι είναι ορατό από το σημείο που είναι τοποθετημένος ο λύκος και αυτή πρέπει να αναγνωρίσουν τα παιδιά. Η υπόθεσή μας είναι ότι το παιδί μπορεί να παρατηρεί, να αναγνωρίζει και να συγκρίνει την δική του οπτική γωνία με την οπτική γωνία των άλλων και συγκεκριμένα ότι μπορεί να αντιληφθεί την οπτική γωνία από την πλευρά του λύκου και να αναγνωρίσει σε ποια από τα σχέδια ο λύκος και το κουνέλι βρίσκονται τοποθετημένοι σε τέτοια θέση, έτσι ώστε ο λύκος να μη βλέπει το κουνέλι.

Στο δεύτερο έργο, το έργο περιστροφής, το παιδί βλέπει μια μακέτα όπου ο ερευνητής κρύβει ένα παιχνίδι μέσα σε ένα από τα 2 κουτιά που βρίσκονται εκατέρωθεν ενός κεντρικού σημείου αναφοράς (Σχήμα 1). Το παιδί καλείται να εντοπίσει το σωστό κουτί, μετά από μια περιστροφή της μακέτας κατά  $180^\circ$  και κατά  $360^\circ$ . Η υπόθεσή μας ήταν πως **όταν η αλλαγή του προσανατολισμού προκληθεί από περιστροφή του αντικειμένου ενώ το παιδί μένει στη ίδια θέση, το παιδί δεν έχει καμία πληροφορία από δική του μετακίνηση για αυτή την αλλαγή**. Η ανάκληση, επομένως, δεν μπορεί να υποστηριχθεί από άλλες πληροφορίες που το παιδί έχει σε σχέση με το σώμα του στο χώρο, αλλά εξαρτάται απλά από τα οπτικά σημεία αναφοράς που υπάρχουν στο αντικείμενο και τον μετασχηματισμό στη θέση που έχει πραγματοποιηθεί.



Σχήμα 1. Η λειτουργία του έργου περιστροφής

*Σημείωση. Η περιστροφή της μακέτας γίνεται χωρίς το παιδί να μπορεί να τη δει περνώντας ένα φύλλο χαρτί μπροστά από τη μακέτα κατά την περιστροφή, λέγοντας μια ιστορία του τύπου «...ένα σύννεφο ήρθε και ο αέρας κουνούσε το σπίτι...»*

Όλες οι στρατηγικές που χρησιμοποιήθηκαν από τα παιδιά καταγράφηκαν σε ένα «φύλλο καταγραφής στρατηγικών» και συνδέθηκαν με τα αποτελέσματα των σχετικών έργων. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, οι στρατηγικές ταξινομήθηκαν με βάση το μοντέλο ανάλυσης των στρατηγικών χώρου της Owens σε πέντε επίπεδα (Owens, 1999; Owens & Clements, 1998). Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, στρατηγικές τις οποίες αναπτύσσουν οι μαθητές χωρίζονται σε πέντε τύπους, αρχίζοντας από τις λιγότερο και καταλήγοντας στις περισσότερο πολύπλοκες:

- I. **Αρχικές ή αναδύμενες στρατηγικές** (Emergent strategies): το άτομο έχει κατακτήσει μόνο τη βασική αντίληψη σχήματος και τη θέση των αντικειμένων. Ο τύπος αυτός περιγράφει την κατάσταση κατά την οποία τα παιδιά δεν αναγνωρίζουν σχεδόν καμία δομή χώρου και συνεπώς ούτε χρησιμοποιούν ούτε εφαρμόζουν συγκεκριμένες στρατηγικές.
- II. **Στρατηγικές οπτικής αντίληψης** (Perceptual strategies): το άτομο μπορεί να κάνει συγκρίσεις σε σχέση με το τι μπορεί να δει και να κάνει στο χώρο. Ο τύπος αυτός περιγράφει την κατάσταση κατά την οποία το παιδί αναγνωρίζει κάποιες θεμελιώδεις χωρικές δομές, αλλά οι στρατηγικές που χρησιμοποιεί είναι πρωτόλειες.
- III. **Στατικές εξεικονιστικές στρατηγικές** (Pictorial imagery strategies): το άτομο δημιουργεί μια νοητική εικόνα με τη χρήση εννοιών. Ο τύπος αυτός περιγράφει την κατάσταση κατά την οποία το παιδί αναγνωρίζει βασικές χωρικές δομές, αλλά δεν μπορεί να τις αξιοποιήσει ώστε να δημιουργήσει νέα στρατηγική ή να επιλέξει με βεβαιότητα από το ρεπερτόριο των στρατηγικών που διαθέτει την πλέον κατάλληλη.
- IV. **Δυναμικές στρατηγικές** (Pattern and dynamic imagery strategies): το άτομο εμπλουτίζει τη νοητική εικόνα που έχει δημιουργήσει, με πρότυπα, κίνηση και εννοιολογικές συσχετίσεις. Ο τύπος αυτός περιγράφει την κατάσταση κατά την οποία το παιδί έχει αναπτύξει την ικανότητα για χρήση συγκεκριμένων στρατηγικών στην αντιμετώπιση των σχετικών έργων.
- V. **Αποτελεσματικές στρατηγικές** (Efficient strategies): το άτομο δομεί έννοιες χώρου με χρήση σύνθετων νοητικών εικόνων, διακρίνει το μέρος από το όλο και χρησιμοποιεί ταξινομήσεις. Ο τύπος αυτός περιγράφει την κατάσταση κατά την οποία η χρήση στρατηγικών γίνεται στοχοθετημένα και συστηματικά από το παιδί στην αντιμετώπιση των έργων χώρου που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα.

Οι στρατηγικές αυτές προσαρμόστηκαν για τις ανάγκες της έρευνας μας και με βάση τα έργα προοπτικής και περιστροφής στα εξής πέντε επίπεδα:



Πίνακας 1. Οι στρατηγικές που καταγράφηκαν στα δύο έργα

Στρατηγικές	Έργο προοπτικής	Έργο περιστροφής
1. Αρχικές	Επιλέγει μια φωτογραφία τυχαία	Επιλέγει μια θέση τυχαία
2. Οπτικές	Εξετάζει την κατάσταση με βάση τη δική του οπτική γωνία	Επιλέγει με βάση τον εαυτό του (αν το κουτί βρισκόταν δεξιά ή αριστερά του)
3. Στατικές	Δοκιμάζει διαφορετικές οπτικές γωνίες	Δοκιμάζει διαφορετικά κουτιά
4. Δυναμικές	Αναγνωρίζει μέρος της προοπτικής (χρειάζεται τη μακέτα για να κάνει δοκιμές)	Αντιλαμβάνεται μέρος της περιστροφής (περιμένει να έχει περιστραφεί κάθε φορά)
5. Αποτελεσματικές	Αναγνωρίζει πλήρως την προοπτική	Αναγνωρίζει όλα τα στοιχεία της περιστροφής

### 3. Αποτελέσματα

Και στα δύο έργα, όπως θα παρουσιάσουμε αναλυτικά στη συνέχεια, τα παιδιά φάνηκε να βελτιώνουν τις στρατηγικές τους στο ίδιο περίπου επίπεδο. Στο πρώτο έργο φάνηκε να βελτιώνονται οι στρατηγικές υψηλού επιπέδου, ενώ στο δεύτερο, βελτιώθηκαν αντίστοιχα οι στρατηγικές χαμηλότερου επιπέδου. Σε αυτή τη σύντομη παρουσίαση θα προσπαθήσουμε να επιβεβαιώσουμε την άποψη ότι η προηγούμενη εμπειρία και οι αρχικές στρατηγικές αποτελούν βασικά ζητήματα στην ανάπτυξη και την προσαρμοστική χρήση των στρατηγικών δόμησης εννοιών χώρου. Επιπλέον, να επιβεβαιώσουμε τα ευρήματα σχετικών ερευνών ότι τα έργα χώρου τα οποία απαιτούν υψηλότερες πνευματικές διεργασίες και εξαρτώνται λιγότερο από πρακτικές γνώσεις, χρειάζονται περισσότερο χρόνο για να παράγουν αποτελέσματα.

#### 3.1. Έργο προοπτικής

Σε αυτό το έργο κατά το διαγνωστικό στάδιο (pre-test), τα περισσότερα από τα παιδιά (18 από 32) εμφάνισαν υψηλού επιπέδου στρατηγικές (τύπος «4» & «5»), ωστόσο, τα παιδιά με στρατηγικές χαμηλού επιπέδου (τύπου «1» και «2») φάνηκε να βελτιώνουν σημαντικά τις στρατηγικές τους μετά τη διδακτική παρέμβαση. Πιο συγκεκριμένα, κατά το διαγνωστικό στάδιο, περισσότερα από τα μισά παιδιά μπορούσαν να αναγνωρίζουν την ευθυγράμμιση της οπτικής αλλά μόνο τρία ήταν σε θέση να δικαιολογήσουν και το λόγο. Τα υπόλοιπα δεκαπέντε παιδιά αντιλαμβάνονταν μεν την προοπτική εμπειρικά και επέλεγαν σωστά, αλλά

δεν μπορούσαν να υποστηρίξουν την επιλογή τους. Εννέα από τα υπόλοιπα δεκατέσσερα παιδιά, δεν είχαν καμία στρατηγική, ενώ τα υπόλοιπα πέντε προσπαθούσαν, χρησιμοποιώντας το μοντέλο και το σώμα τους, να βάλουν τον εαυτό τους στην κατάσταση που παρουσίαζε το έργο, χρησιμοποιώντας τη δική τους προοπτική και να επιλέξουν την κατάλληλη φωτογραφία με δοκιμή και λάθος. Τα δεδομένα παρουσιάζονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα.

**Πίνακας 2. Έργο προοπτικής. Σύγκριση στρατηγικών διαγνωστικού (pre) και αξιολογικού (post) σταδίου**

Έργο προοπτικής	Post- test					Σύνολο pre-test
	Τύπος στρατηγικής	«1»	«2»	«3»	«4»	
«1»	2	3	1	3		9
«2»		2		2		4
«3»				1		1
<b>Pre- Test</b>				11	4	15
«5»					3	3
<b>Σύνολο post-test</b>	2	5	1	17	7	<b>32</b>

Συμπερασματικά, όπως φαίνεται και από τα δεδομένα του πίνακα, τα περισσότερα από τα παιδιά βελτίωσαν τις στρατηγικές τους, δηλαδή τέσσερα από αυτά εμφάνισαν αποτελεσματικές στρατηγικές, που σημαίνει ότι κατανόησαν όλες τις πτυχές της προοπτικής και μπορούσαν να αιτιολογήσουν την επιλογή τους, ενώ τα υπόλοιπα (11) παραμένουν σε εμπειρικές προσεγγίσεις με στρατηγικές που αποδείχθηκαν επίσης επιτυχείς. Τα περισσότερα από τα παιδιά με χαμηλού επιπέδου στρατηγικές βελτίωσαν τις στρατηγικές τους, ενώ μερικά από αυτά (3) μπορούν πλέον να κάνουν τις σωστές επιλογές εμπειρικά. Τέσσερα από τα υπόλοιπα παιδιά αρχίζουν να αναπτύσσουν εμπειρικές στρατηγικές βάζοντας τον εαυτό τους στην προβληματική κατάσταση ή προσπαθούν να βοηθηθούν την επιλογή τους χρησιμοποιώντας το τρισδιάστατο υλικό μοντέλο (μακέτα).

Το έργο αυτό καταδεικνύει ότι οι σημαντικές βελτιώσεις στην ανάπτυξη και τη χρήση στρατηγικών που καταγράφηκαν μετά από μια σύντομη παρέμβαση, θα μπορούσαν να εξηγηθούν με βάση την κατακτημένη εμπειρία των παιδιών σχετικά με την έννοια προοπτική, την οποία όμως αδυνατούν να το διαχειριστούν με συστηματικό τρόπο, εκτός αν ασχοληθούν με το θέμα σε ένα οργανωμένο (ειδικά δομημένο) περιβάλλον. Με άλλα λόγια ενώ το

συγκεκριμένο έργο «φαίνεται απλό» καθώς τα παιδιά έχουν μια εμπειρική κατανόηση της ευθυγράμμισης της οπτικής, για την πλήρη ανάπτυξη των στρατηγικών σε αναπαραστάσεις πραγματικής κατάστασης μελετώντας την οπτική από τη θέση των αντικειμένων και την ευθυγράμμιση της οπτικής, απαιτούνται σύνθετες νοητικές διεργασίες οι οποίες, όπως είναι φυσικό, είναι δύσκολο να αναπτυχθούν με μια σύντομη διδακτική παρέμβαση όπως η συγκεκριμένη.

Αξιοσημείωτο είναι βέβαια, ότι κατά το αξιολογικό στάδιο δεν υπήρξε καμία μετακίνηση παιδιού προς χαμηλότερο τύπο στρατηγικής σε καμιά περίπτωση και στους πέντε τύπους στρατηγικών.

Η μελέτη των μετακινήσεων των παιδιών υπογραμμίζει τη σημασία της ενασχόλησης των παιδιών με σχετικά έργα που πραγματοποιήθηκαν στη διδακτική παρέμβαση, τα οποία βελτιώνουν σημαντικά τις χαμηλού επιπέδου (τύπου «1» και «2») στρατηγικές των παιδιών, τα οποία παρουσίασαν τις σημαντικότερες βελτιώσεις.

### 3.2. Έργο περιστροφής

Σε αυτό το έργο, τα περισσότερα από τα παιδιά (23) δυσκολεύονται να κατανοήσουν την περιστροφή της κατασκευής και επιλέγουν το κουτί στο οποίο νομίζουν ότι βρίσκεται το παιχνίδι στην τύχη ή επηρεάζονται από τη θέση του σώματός τους (δηλαδή επιλέγουν το κουτί όπου το παιχνίδι μπήκε αρχικά χωρίς να λάβουν υπόψη την περιστροφή) και αποτυγχάνουν. Τα υπόλοιπα έξι παιδιά φαίνεται να κατανοούν τη περιστροφή, αλλά δεν είναι σε θέση να βρουν μια στρατηγική που να τους βοηθά να προσδιορίσουν τη σωστή θέση. Μόνο τρία παιδιά έχουν τις στρατηγικές για να προσδιορίσουν τη σωστή θέση λαμβάνοντας υπόψη την περιστροφή που μεσολάβησε. Αυτά τα παιδιά, όπως είναι αναμενόμενο και μετά τη διδακτική παρέμβαση, διατηρούν τις στρατηγικές τους αμετάβλητες.

Τα υπόλοιπα παιδιά, με χαμηλότερου επιπέδου στρατηγικές, μετά τη διδακτική παρέμβαση βελτίωσαν τις στρατηγικές τους εν μέρει, αλλά μόνο λίγα παιδιά καταφέρνουν να επιτύχουν υψηλότερου επιπέδου στρατηγικές, ενώ στην πλειοψηφία τους εξακολουθούν να κάνουν λάθη στην εύρεση του σωστού κουτιού μετά την περιστροφή. Όλες οι αλλαγές στις στρατηγικές στο διαγνωστικό (pre-test) και το αξιολογικό στάδιο (post-test) παρουσιάζονται αναλυτικά στον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 3. Έργο περιστροφής. Σύγκριση στρατηγικών διαγνωστικού (pre) και αξιολογικού (post) σταδίου

Έργο περιστροφής	Post- test					Σύνολο pre-test
	«1»	«2»	«3»	«4»	«5»	
«1»	4	3	5	1		13
«2»		6	2	1	1	10
«3»		1	3	1	1	6
«4»				1		1
«5»					2	2
<b>Σύνολο post-test</b>	4	10	10	4	4	<b>32</b>

Πιο συγκεκριμένα, όπως προκύπτει από τα δεδομένα του πίνακα, από τα δεκατρία παιδιά που αρχικά απάντησαν τυχαία, επειδή δεν είχαν συνειδητοποιήσει την περιστροφή, τρία άρχισαν να τη συνειδητοποιούν, αλλά και πάλι δεν μπορούσαν να δώσουν τη σωστή απάντηση. Πέντε από τα παιδιά άρχισαν να αναζητούν εμπειρικές μεθόδους για την ανίχνευση της θέσης του κουτιού και ένα ανέπτυξε μια στρατηγική για να προσδιορίζει το αποτέλεσμα της περιστροφής.

Αυτές οι αλλαγές στην ανάπτυξη και χρήση στρατηγικών από τα παιδιά συμφωνούν με τα ευρήματα άλλων ερευνητών που μελετούν την έννοια των μετασχηματισμών σε μικρά παιδιά και υπογραμμίζουν ότι: α) Τα παιδιά είναι σε θέση να ακολουθήσουν περιστροφές ή κινήσεις και β) η ικανότητά τους να παρακολουθούν και να προβλέψουν τέτοιους μετασχηματισμούς μπορεί να βελτιωθεί με τη χρήση των κατάλληλων έργων (Clements & Sarama, 2009). Ωστόσο, αυτές οι αλλαγές χρειάζονται χρόνο και ένα μεγάλο αριθμό ειδικών έργων για να εδραιωθούν.

#### 4. Συζήτηση

Σε αυτό το σύντομο άρθρο προσπαθήσαμε να αναφέρουμε κάποια στοιχεία και να παρουσιάσουμε κάποια ερευνητικά δεδομένα σχετικά με την ανάπτυξη στρατηγικών δόμησης εννοιών χώρου.

Προφανώς, η διδακτική παρέμβαση με προσεκτικά σχεδιασμένες χωρικές δραστηριότητες οι οποίες προκαλούσαν τη σκέψη βοήθησαν τα παιδιά με χαμηλού επιπέδου (ή χωρίς καθόλου) στρατηγικές να βελτιώσουν τις προσεγγίσεις τους σε έργα προοπτικής και περιστροφής, ενώ τα παιδιά με υψηλού επιπέδου στρατηγικές παρέμειναν κυρίως με τις στρατηγικές που είχαν. Στην πραγματικότητα, στο έργο προοπτικής, οι περισσότεροι από τους μαθητές βελτίωσαν τον τρόπο που προσέγγισαν τις αναπαραστάσεις της πραγματικότητας (τις φωτογραφίες) και κατανόησαν καλύτερα, έστω και εμπειρικά, την ευθυγράμμιση της προτεινόμενης οπτικής. Στο έργο περιστροφής, καθώς τα παιδιά δεν έχουν τέτοιες εμπειρίες στο σχολικό ή το οικογενειακό τους περιβάλλον, τα παιδιά βελτίωσαν μεν τις προσεγγίσεις τους για την προβληματική κατάσταση που τους παρουσίασε το έργο, κατάφεραν να ακολουθήσουν μέρος ή όλη την περιστροφή, αλλά παρέμειναν σε στρατηγικές χαμηλότερου επιπέδου.

Τα παραδείγματα αυτών των δύο έργων συμφωνούν με άλλες μελέτες σε θέματα ανάπτυξης μαθηματικών εννοιών και στρατηγικών (Torbeyns, et al., 2006) και δείχνουν ότι:

Η ανάπτυξη των στρατηγικών δεν είναι όμοια σε όλα τα παιδιά, ούτε γραμμική: έχει σχέση με τα έργα, την προηγούμενη εμπειρία και το μέγεθος του διαθέσιμου ρεπερτορίου των στρατηγικών (Elia, et al., 2009; Linchevski, & Schwarz, 2001). Τα παιδιά προσαρμόζουν σχετικά γρήγορα τις στρατηγικές τους σε περιπτώσεις που έχουν προηγούμενες, έστω και μη συστηματικές εμπειρίες, αλλά χρειάζεται η ενεργός συμμετοχή σε σχετικές εργασίες μέσα σε πλούσιο και προκλητικό περιβάλλον (όπως στη διδακτική παρέμβαση). Γενικά, δεν φαίνεται πιθανό ότι οι στρατηγικές μπορούν να διδαχθούν, αλλά διδακτικές προσεγγίσεις με έργα που ενθαρρύνουν τα παιδιά να διερευνήσουν και να προβληματιστούν, σε σχέση με το γνωστικό τους υπόβαθρο, φαίνεται να βελτιώνουν τις στρατηγικές τους.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Baroody, A. J., & Dowker, A. (Επιμ.). (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P., M. L. Franke, V. Jacobs, and E. Fennema. (1998). A Longitudinal Study of Invention and Understanding in Children's Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education* 29, 3–20.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. New York: Routledge.
- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education* 41, 605–618.

- Heinze, A., Star, J. R., & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education* 41, 535–540.
- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology*, 124, 83-97.
- Linchevski, L., & Schwarz, B. (2001). Can interaction between inferior strategies lead to a superior one? The case of proportional thinking. In van den Heuvel-Panhuizen, M (ed). *Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, 25-32. Utrecht, Netherlands: PME.
- Luwel, K., Verschaffel, L., Onghena, P., & De Corte, E. (2001). Children's strategies for numerosity judgment in square grids: the relationship between process and product data. In van den Heuvel-Panhuizen, M (ed). *Proceedings of the 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, 25-32. Utrecht, Netherlands: PME.
- Owens, K. (1999). The role of visualization in young children's learning. In O. Zaxlavsky (Ed.), *Proceedings of the 23th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 220-234. Haifa, Israel: Israel Institute of Technology
- Owens, K., & M.A. Clements (1998). Representations in Spatial Problem Solving in the Classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (2), 197-218
- Riding, R. J., & Rayner, S. G. (1998). *Cognitive Styles and Learning Strategies*. London: David Fulton.
- Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2009). Compared with what? The importance of familiarity when comparing examples: impact on conceptual and procedural knowledge of equation solving. *Journal of Educational Psychology*, 101 (3), 529-544.
- Siegler, R., & Araya, R. (2005). A Computational Model of Conscious and Unconscious Strategy Discovery. *Advances in child development and behavior*, 33, 1-42.
- Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choice in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126, 71-92.
- Star, J. R., Rittle-Johnson, B. (2008) The development of flexible knowledge: The case of equation solving. *Learning and Instruction*, 18, 565–579
- Star, J. R., Johnson, B. R., Lynch, K., & Perova, N. (2009). The role of prior knowledge in the development of strategy flexibility: the case of computational estimation. *ZDM Mathematics Education*, 41 (5), 569–579.
- Torbeyns, J., Vanderveken, L., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2006). Adaptive expertise in the number domain 20-100. In J. Novotna & H. Moraova & M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings of 30th International Group of Psychology of Mathematics Education*, Vol. 5, 3-18. Prague: PME.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualising, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24 (3), 335-359.



Wade, S. E., Trathen, W., & Schraw, G. (1990). An analysis of spontaneous study strategies. *Reading Research Quarterly*, 25, 147–166.

Weinstein, C. E., Husman, J., & Dieking, D. R. (2000). Self-regulation interventions with a focus on learning strategies. In M. Bokaerts (ed.), *Handbook of Self regulation*. New York: Academic Press.

Wood, D. (1998). *How Children Think and Learn (2nd ed.)*. London: Blackwell.